

FUNDAÇÃO DE ENSINO “EURÍPIDES SOARES DA ROCHA”
CENTRO UNIVERSITÁRIO EURÍPIDES DE MARÍLIA – UNIVEM
CURSO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

RAFAEL JÚNIOR DE MORAES

**DESENVOLVIMENTO DE MODELO DE OTIMIZAÇÃO PARA
PROBLEMA DE CORTE EM TUBOS.**

MARÍLIA
2014

FUNDAÇÃO DE ENSINO “EURÍPIDES SOARES DA ROCHA”
CENTRO UNIVERSITÁRIO EURÍPIDES DE MARÍLIA – UNIVEM
CURSO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

RAFAEL JÚNIOR DE MORAES

**DESENVOLVIMENTO DE MODELO DE OTIMIZAÇÃO PARA
PROBLEMA DE CORTE EM TUBOS.**

Trabalho de Curso apresentado ao Curso de Engenharia de Produção da Fundação de Ensino “Eurípides Soares da Rocha”, mantenedora do Centro Universitário Eurípides de Marília – UNIVEM, como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia de Produção.

Orientador:
Prof. Ms. Ricardo José Sabatini.

MARÍLIA
2014

Moraes, Rafael Júnior

Desenvolvimento de modelo de otimização para problema de corte em tubos / Rafael Júnior de Moraes; orientador: Ricardo Sabatini. Marília, SP: [s.n.], 2014.

71 f.

Trabalho de Curso (Graduação em Engenharia de Produção) - Curso de Engenharia de Produção, Fundação de Ensino “Eurípides Soares da Rocha”, mantenedora do Centro Universitário Eurípides de Marília –UNIVEM, Marília, 2013.

1. Problema de corte unidimensional 2. Otimização 3. Pesquisa operacional

CDD: 658.4013



FUNDAÇÃO DE ENSINO "EURÍPIDES SOARES DA ROCHA"
Mantenedora do Centro Universitário Eurípides de Marília - UNIVEM

Curso de Engenharia de Produção.

Rafael Júnior de Moraes - 44578-9

TÍTULO "Desenvolvimento de modelo de otimização para o problema de corte em tubos "

Banca examinadora do Trabalho de Curso apresentada ao Programa de Graduação em Engenharia de Produção da UNIVEM, F.E.E.S.R, para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia de Produção.

Nota: 9.5

ORIENTADOR: Ricardo José Sabatine
Ricardo José Sabatine

1º EXAMINADOR: Jose Michel Monassa
Jose Michel Monassa

2º EXAMINADOR: Geraldo Cesar Mereghele
Geraldo Cesar Mereghele

Marília, 11 de dezembro de 2014.

*À Deus, pelo esplendor da vida, presente em
todas as atividades;*

Aos amigos pelo incentivo;

minha família.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente à DEUS, toda honra e toda glória somente à ELE, pela vida, saúde, graça e misericórdia, pois sem os quais nada poderia ser feito ou alcançado.

À família. Minha esposa Priscilla, que deixou tudo para ficar ao meu lado, sempre me apoiando a sonhar, e que me deu duas maravilhosas filhas, Manuela e Luisa, jóias minhas, dando-me sempre mil motivos para sorrir e se alegrar com a graça de serem criança .

Minha mãe Regina, sempre presente através dos conselhos guardados no peito, exemplo de vida, esforço, garra e coragem para atravessar a ponte rumo ao futuro melhor.

Irmãos queridos, Lucas um exemplo de esforço e foco, Vitor como um pai, Emerson sempre com palavras de apoio, o otimista, e Diego que foi peça fundamental para a conclusão desse trabalho emprestando-me o notebook, um muito obrigado meus irmãos.

Cunhados e cunhadas, sempre apoiando com palavras de ânimo.

Primos e primas, Tios e Tias, minha vó por ser tão doce e carinhosa que direta e indiretamente sempre nos dá aquela força.

Ao Ricardo Sabatini meu orientador, pela paciência, várias reuniões extras, por acreditar que seria possível, por perseverar comigo até o fim, a confiança para concluir este trabalho e muitos que virão.

Aos meus sogros, Irineu e Terezinha que me deram sua filha e não cessaram por ai, sempre estão apoiando e ajudando de maneira direta e indireta

Meus amigos de curso, Wilhen, Miquele e Rafael Caetano, sempre juntos nos trabalhos acadêmicos em grupo, nos intervalos da paçoca e muito mais.

Amigos como irmãos da igreja, do convívio, Doni e Adriano, suas respectivas esposas, cada um a sua maneira transmitindo uma amizade leal e verdadeira, no silêncio e nas canções, suportando meus defeitos e agrilhões, brothers que nos dão a certeza que é bom ter amigos.

A Dra Prof Kelly C.Poldi da UNICAMP que abdicou de seu tempo precioso para me auxiliar, através de email's com muita propriedade na problemática estudada.

A empresa. Brudden pelo apoio no estágio extracurricular, no desenvolvimento do trabalho de conclusão de curso num problema detectado na empresa, pela confiança, insentivo do tutor de estágio Wander Gregório, permitindo o efetivo do trabalho.

Enfim, a todos quantos de maneira direta ou indireta contribuíram para que alcançasse este objetivo, infelizmente não lembrarei de todos mas agradeço muito.

"E, demais disto, filho meu, atenta: não há limite para fazer livros, e o muito estudar é enfado da carne.

De tudo o que se tem ouvido, o fim é: Teme a Deus, e guarda os seus mandamentos; porque isto é o dever de todo o homem."

Eclesiastes 12:12-13.

MORAES, Rafael Júnior. **Desenvolvimento de Modelo de Otimização Para Problemas de Corte em Tubos**. 2014. 67 f. Trabalho de Curso (Bacharelado em Engenharia de Produção) – Centro Universitário Eurípides de Marília, Fundação de Ensino “Eurípides Soares da Rocha”, Marília, 2014.

RESUMO

Ao perceber o grande aumento na competitividade do mercado industrial, grande e pequenas empresas estão focando na redução dos custos e desperdícios, buscando melhores resultados competitivos e maior fatia de mercado. Neste trabalho foi apresentado de maneira sucinta o problema de corte unidimensional encontrado na empresa B, o qual consiste em cortar uma determinada quantia de objetos maiores destinados a produção de itens menores, de maneira que a demanda seja atendida e um objeto seja otimizado, minimizando custos e perdas presentes no processo. Para isso foi desenvolvido um modelo de otimização de programação linear inteira que visa minimizar as perdas inerentes do processo de corte, levando-se em consideração fatores específicos ao problema estudado na empresa B. Para validação do modelo foram determinados dois cenários, onde foram analisados e comparados o processo utilizado pelo operador e o processo otimizado a partir da solução do modelo. Após a validação da proposta foi possível observar que o processo com a otimização proposta é consideravelmente superior ao método do processo atual, minimizando as perdas existentes no processo, tornando o método proposto viável.

Palavras-chave: Problema de Corte Unidimensional. Otimização. Pesquisa Operacional.

MORAES, Rafael Júnior. **Desenvolvimento de Modelo de Otimização Para Problema de Corte em Tubos**. 2014. 50 f. Trabalho de Curso (Bacharelado em Engenharia de Produção) – Centro Universitário Eurípides de Marília, Fundação de Ensino “Eurípides Soares da Rocha”, Marília, 2014.

ABSTRACT

Realizing the great increase in competitiveness of the industry , large and small market companies are focusing on cost reduction and desperdícios , seeking better competitive results and greater share of mercado. Neste work was presented succinctly the problem one-dimensional cutting found in company B which consists of cutting a certain amount of largest objects for the production of smaller items , so that demand is met and an object to be optimized , minimizing costs and losses present in the process . For this an optimization model integer linear programming that aims to minimize the inherent loss of the cutting process , taking into consideration the specific problem studied in company B. Model validation factors were determined two scenarios , which analyzed was developed and comparing the process used by the operator and the process optimized from the solution model . After validation of the proposal could be observed that the proposed optimization process is considerably higher than the current process method , minimizing losses in the existing process, making feasible the proposed method.

Keywords: Dimensional Cut problem . Optimization . Operational Research .

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1 – Atividades básicas de Pesquisa Operacional.....	18
Figura 2.1 – Estruturas dos Problemas de Corte	27
Figura 2.2 – Modelo de Corte Unidimensional	27
Figura 2.3 – Exemplo de Corte Bidimensional	28
Figura 2.4 – (a) Contêiner, (b) Arranjo de Empacotamento.....	29
Figura 2.5 – Exemplo de Padrão de Corte.....	30
Figura 2.6 – Padrão de corte número 74 da Tabela 2.2.....	31
Figura 3.1 – Perda final (pf).	41
Figura 3.2 – Perda final com Preset	42
Figura 3.3 – Padrão de Corte com Perda Intrínseca.	42
Figura 3.4 – Padrão de corte com Preset.....	43
Figura 3.5 – Enumeração Implícita	48
Figura 3.6 – Exemplo de Branch-and-Bound.....	49
Figura 3.7 – Resolução do Branch and Bound.	50
Figura 3.8 – Janela de parâmetros do Solver.....	52
Figura 3.9 – Janela de opções do Solver.	52
Figura 4.1 – Perda no Cenário 1.....	60
Figura 4.2 – Perda acumulada do Cenário 1.....	60
Figura 4.3 – Perda no Cenário 2.....	61
Figura 4.4 – Perda Acumulada no Cenário 2.....	62
Figura 4.5 – Diferença dos Métodos	63
Figura 4.6 - Projeção de refugio dos cenários estudados.....	64

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Dados do exemplo de problema de corte.....	31
Tabela 2.2 – Padrões de Corte do tubo.....	32
Tabela 2.3 – Resposta obtida pelo <i>Solver</i>	34
Tabela 2.4 – Reposta do exemplo da tabela 2.3	34
Tabela 2.5 – Tipologia de Dickhoff.....	35
Tabela 3.1 – Ciclos Operacionais da Máquina.	41
Tabela 4.1 – Dados do Cenário 1.	54
Tabela 4.2 – Cenário 1.....	55
Tabela 4.3 – Padrões de corte do Cenário 1.	56
Tabela 4.4 – Solução proposta para o Cenário 1	56
Tabela 4.5 – Dados do Cenário 2.	57
Tabela 4.6 – Cenário 2.....	58
Tabela 4.7 – Padrões de corte utilizados para solução do Cenário 2.....	58
Tabela 4.8 – Solução proposta para o Cenário 2.	59

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

B&B: Branch-and-Bound
DEMANDA AT.: Demanda atendida.
DEMANDA PRE: Demanda prevista
FFD: First Fit Decreasing
PD: Programação Dinâmica
PF: Perda Final
PI: Programação Inteira
PK: Knapsack Problem
PL: Programação Linear
PO: Pesquisa Operacional
P/P: Perda por Padrão
P/P AC.:Perda por Padrão acumulada.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	15
CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO A PESQUISA OPERACIONAL.....	17
1.1 Modelagem.....	17
1.2 Modelagem Matemática.....	20
1.3 Técnicas para solução.....	21
1.4 Programação Inteira.....	22
1.4.1 O Problema da Mochila (Knapsack Problem - PK).....	23
1.4.2 Branch and Bound.....	24
1.4.3 Enumeração Implícita.....	24
1.5 Considerações finais.....	24
CAPÍTULO 2 – PROBLEMA DE CORTE.....	26
2.1 Problema de Corte Unidimensional.....	27
2.2 Problemas de Corte Bidimensional.....	28
2.3 Problemas de Corte Tridimensional.....	28
2.4 Problema de Corte N-dimensional ou $N > 3$	29
2.5 Formulação Matemática.....	29
2.5 Classificação dos Problemas de Corte.....	34
2.6 Resumos de Estudos de Casos.....	35
2.7 Considerações finais.....	38
CAPÍTULO 3 – DESENVOLVIMENTO DO MODELO DE OTIMIZAÇÃO.....	40
3.1 O Problema da Empresa B.....	40
3.2 Classificação do problema proposto.....	43
3.3 Modelo de Otimização.....	44
3.4 Técnicas para solução do Problema.....	46
3.4.1 Identificação dos Padrões de Corte.....	47
3.4.1.1 Problema da Mochila aplicado ao Problema de corte Inteiro.....	47
3.4.1.2 Algoritmo de Enumeração Implícita.....	48
3.4.2 Encontrar a solução ótima ou viável.....	49

3.4.2.1 Branch and Bound (B&B).....	49
Solução Computacional.....	51
3.5 Considerações finais.....	53
CAPÍTULO 4- RESULTADOS E ANÁLISE.	54
4.1 Cenário 1 (120 X 60).....	54
Operador.....	54
Método proposto.....	55
4.2 Cenário 2 (100 X 50).....	56
Operador.....	57
Método proposto.....	58
4.3 Análise dos resultados.....	59
4.4 Considerações finais.....	62
CONCLUSÃO.....	65
Trabalhos Futuros.....	66
REFERÊNCIAS.....	67

INTRODUÇÃO

Ao perceber um grande aumento na competitividade no mercado industrial, grandes e pequenas empresas estão focando seus esforços na redução de custos e desperdícios, e assim sendo melhorando sua competitividade e fatia no mercado. Para tanto a Pesquisa Operacional tem se tornado uma das grandes ferramentas utilizadas para alcançar esse objetivo.

A Pesquisa Operacional, de acordo com Andrade (2011), iniciou-se durante a Segunda Guerra Mundial, por meio de equipes multidisciplinares que estudaram métodos para resolver problemas de operações militares.

Avanços significativos em diversas áreas vêm sendo gerados de acordo com Cherri (2006), por meio de um número crescente de pesquisadores que tem investido em Pesquisa Operacional.

Na tomada de decisão, uma das soluções básicas é a utilização de modelos matemáticos. Essa utilização atribui várias vantagens no processo de tomada de decisão. (LACHTERMACHER, 2009).

No processo de corte de tubos, existe um grande número de perdas e sobras que em sua maioria acabam elevando o custo do produto, fazendo com que as empresas se atentem para esse problema, uma vez que para manter-se no mercado nos dias atuais se faz necessário diminuir os custos indesejados ao mais próximo do zero.

Problemas de corte aparecem em diversos contextos e têm motivado a comunidade científica nacional e internacional na busca de métodos de solução eficientes (RANGEL, 2008).

Neste trabalho foi estudado o problema de corte unidimensional, que consiste em cortar um conjunto de objetos disponíveis em estoque à produção de itens menores a fim de atender a demanda, minimizando as perdas existentes neste processo e otimizando a utilização dos objetos em estoque.

Objetivo

O presente trabalho tem por objetivo desenvolver um modelo de otimização, a fim de minimizar perdas e gerar padrões de corte que facilitem o processo de corte, tendo como metodologia, a coleta de dados, conscientização das partes envolvidas, o desenvolvimento do

modelo matemático, análise dos resultados obtidos, a fim de aumentar assim o poder de disputa da Empresa B no mercado que dia após dia está mais predatório.

Um dos objetivos desse trabalho é maximizar a utilização dos objetos em estoque, isso é possível através da utilização das técnicas de corte, fazendo com que cada a seleção de itens a ser cortada seja alocada no objeto da melhor maneira possível, produzindo assim um melhor aproveitamento do objeto.

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO A PESQUISA OPERACIONAL

A Pesquisa Operacional (PO) começou na década de 30, sendo sua maior motivação a segunda guerra mundial. A época de ouro na PO fica entre as décadas de 45 e 70 quando se propagou para as universidades (MOREIRA, 2010).

A primeira atividade de PO foi marcada pela convocação de um grupo de cientistas ingleses para estudar táticas de defesa do país e utilização dos recursos militares que estavam escassos, com mais eficácia (ANDRADE, 2002).

A PO tem como objetivo ajudar no processo de tomada de decisão, simplificando o mundo real por meio de modelos matemáticos, sendo que um modelo simples já pode garantir a solução do problema. Basicamente é a construção de um algoritmo, tornando claros os objetivos, identificando as variáveis e limitações, isso em busca de uma solução ótima.

De acordo com Moreira (2010) a PO é principalmente baseada no método científico de lidar com os problemas, sendo que os mais importantes passos para solução do problema estão a observação inicial e formulação do problema.

Ao findar a guerra, a PO inspirou interesses em diversas áreas, já que os modelos testados trouxeram efeitos positivos, e ainda um grande crescimento da indústria pós-guerra, que se deparou com uma grande complexidade das organizações com problemas parecidos com os que tinham tratados os militares, em outro contexto agora (MOREIRA, 2010).

O aumento das tecnologias, popularização dos computadores, melhoria nas técnicas de PO são fatores de maior importância que impulsionaram o crescimento da ciência estudada.

1.1 Modelagem

Modelagem nada mais é que a utilização das variáveis de decisão de um problema em questão e suas restrições, na formulação de um modelo matemático. Em outras palavras o modelo é uma representação ou uma visão simplificada do mundo real.

Segundo Wagner (1986) o modelo pode ser considerado uma representação aproximada da realidade, representado pelas equações matemáticas, alocando suas complexidades e possíveis incertezas dentro de uma estrutura lógica, o que deixa a análise do problema mais ampla.

A formulação do modelo depende muito da criatividade, imaginação e experiência da equipe de PO, uma vez que não existe manual para criação para modelo (ACKOFF e SASIENI, 1971).

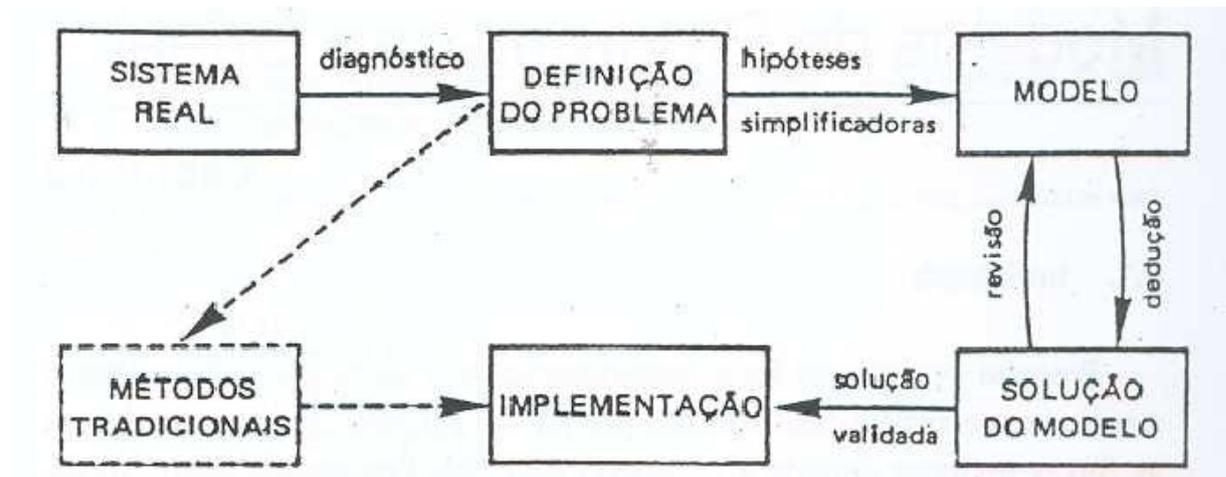
Após essa representação simplificada o modelo começa a inserir símbolos matemáticos nas variáveis de decisão. As variáveis de decisão são valores determinísticos do modelo, pois representam o desenvolvimento do sistema e os valores de otimização desejados.

A utilização do modelo permite a análise do problema em questão, compreendendo quais são as variáveis de maior importância, os dados relevantes, relações importante entre as variáveis de decisão, além de possibilitar vários testes sem interromper o funcionamento do sistema.

De acordo com Goldberg e Luna (2000) a característica do modelo que o torna desejável é seu poder de representatividade e a facilidade operacional que se deve a sua capacidade de simplificação.

O conceito básico de modelo e as atividades de Pesquisa Operacional estão representados na figura 1.1 abaixo.

Figura 1.1 – Atividades básicas de Pesquisa Operacional



Fonte: Adaptado de PEREIRA, 2011.

Denominado o sistema real, então é feito um diagnóstico onde será definido o problema. Definido o problema, através das hipóteses simplificadoras que definiram as variáveis de decisão e as relações importantes do sistema, surge a construção do modelo matemático. Após a construção do modelo obtemos uma solução, entretanto essa solução

precisa ser testada, avaliada e se for necessário, levada as revisões nas hipóteses simplificadoras e modelo, prosseguindo essa revisão até que a solução seja validada, entrando assim na fase de implementação.

De acordo com Lisboa (2002) a complexidade do modelo irá depender da complexidade do problema. Sendo o problema simples ele pode ser representado por um modelo simples, de fácil compreensão e fácil solução e um problema difícil terá modelos mais complexos, de difícil compreensão e solução também, o que segundo Goldbarg e Luna (2000) a complexidade de solução não pode ser confundida com a facilidade de compreensão do modelo, e ainda afirma que alguns dos mais difíceis problemas combinatórios são representados por modelos de fácil entendimento e representação, mas com imensa dificuldade de solução.

Goldbarg (2000) predefine complexidade do modelo como o conceito de interferência da tradução na possibilidade de solução e definem três características da complexidade, sendo elas o meio ambiente, o domínio e a dinâmica.

De acordo com Ackoff e Sasieni (1971) existem três tipos de modelos muito utilizados em PO, como também em outras ciências que são os icônicos, analógicos e simbólicos.

Modelos icônicos tratam os objetos estudados da maneira como são, reduzidos ou aumentados pelo uso de escalas, sendo parecidos com o que realmente são, como por exemplo: imagens, fotografias, mapas ou modelos de aviões e navios, e por esse motivos eles são difíceis de manipulação experimental (ACKOFF E SASIENI, 1971).

Modelos analógicos são mais fáceis de manipulação que os icônicos, porém não tratam os objetos da mesma maneira como são e modelos simbólicos são como gráficos que usam grandezas e posições a fim de representar os objetos estudados (Ackoff e Sasieni, 1971).

Moreira (2010) define os modelos icônicos como réplicas físicas de um objeto real em tamanhos reduzidos ou não, e os modelos analógicos também como físicos porém não guardam a forma do objeto representado.

Goldbarg e Luna (2000) trata os modelos simbólicos com a utilização de letras e outros símbolos para representar suas relações e variáveis, e em muitos casos tomam a forma de relações lógicas ou matemáticas. Os fluxogramas e o Diagrama de fluxo de Dados são considerados modelos simbólicos.

No entanto, Silva et al. (1996) afirma que modelos matemáticos são os que interessam para a PO, com utilização de equações e inequações, o que será visto de maneira sucinta seção 1.2 descrita a seguir.

1.2 Modelagem Matemática

A formulação matemática, também conhecida como Programação Matemática, de modo geral, é muitíssimo utilizada no apoio da tomada de decisão no gerenciamento de sistemas considerados de grande porte, principalmente ligados ao tratamento de variáveis quantitativas (GOLDBARG e LUNA, 2000).

De acordo com Lisboa (2002) um modelo matemático é constituído de por três principais conjuntos de elementos que são as variáveis de decisão e parâmetros, as restrições e por último a função objetivo.

Variáveis de Decisão

As variáveis de decisão são as incógnitas utilizadas na função objetivo, determinadas para solução do modelo.

Também conhecidas como variáveis controladoras, as variáveis de decisão têm seus valores sob o domínio do administrador. Um bom exemplo se dá na programação da produção, onde a variável de decisão é a quantidade de um item a ser produzido num período, o que só o administrador controla (SILVA et al., 1996).

Nos problemas de corte unidimensional, por exemplo, as variáveis de decisão são as quantidades das peças a serem cortadas aplicadas ao padrão de corte.

Restrições

As restrições são as limitações que possui o problema em questão, valores que tornam as variáveis de decisão, possíveis ou viáveis. Silva et al. (1996) define as restrições como variáveis não controladas, ou seja, o administrador não pode arbitrar seus valores, pois os mesmos se encontram fora do sistema de controle do administrador.

Em problemas de corte de programação inteira, pode-se considerar restrições os tamanhos das peças (uma vez que não se pode ter $\frac{1}{2}$ peça), a demanda de cada item a ser cortado ou a quantidade limite que o kanban da respectiva peça suporta.

Função Objetivo

A função objetivo para Moreira (2010) é uma expressão formada por uma combinação linear das variáveis de decisão. Já Lisboa (2002) afirma que a função objetivo é uma função matemática que em relação às variáveis de decisão definirá a qualidade da solução.

Marins (2009) afirma que na PO a função objetivo tem a função de maximizar ou minimizar alguma coisa, como maximizar lucro ou minimizar perdas.

Os modelos precisam ser criados de maneira a captarem somente os principais elementos para o processo de tradução, a fim de simplificar ao máximo os possíveis métodos de solução a serem utilizados (GOLDBARG e LUNA, 2000).

1.3 Técnicas para solução

Em PO existem alguns tipos de programação, sendo que os mais conhecidos são: Programação Linear, Programação Não Linear, Programação Linear Inteira e Programação Dinâmica. Este trabalho irá abordar basicamente a Programação Linear, Não Linear e aprofundar um pouco na Programação Inteira, conhecida também como Programação Linear Inteira, onde Problemas de Corte serão abordados.

Programação Linear

A programação Linear tem por objetivo impetrar uma solução ótima, ou seja, uma solução que alcance as necessidades das partes envolvidas, pela maximização ou minimização da função linear, conhecida como função objetivo, entretanto existe também um sistema linear de igualdades e desigualdades, chamado de Restrições que devem ser respeitados (MARINS, 2009).

Programação Não Linear

A Programação Não Linear é semelhante a programação Linear, porem pelo menos um dos componentes inclusos no modelo precisa ser não linear. De acordo com Lachtermacher (2004) tendo a função objetivo ou as restrições apenas uma variável não linear, o problema de otimização já se torna não linear.

Programação Dinâmica

De acordo com Bellman (1957) apud Colin (2013), um dos principais atrativos da programação dinâmica se dá em sua vasta aplicabilidade, porém já na época de criação da PD foi descoberta uma das principais falhas da técnica que é a necessidade de se ter um modelo diferente para cada problema específico (COLIN, 2013).

Para Poldi (2003) a PD é um procedimento de otimização aplicável a problemas solucionáveis usando-se uma sequência de decisões, que por sua vez resulta numa sequência de estados ou caminhos e, associando um valor a cada caminho que deve ser minimizado ou maximizado.

Programação Inteira

Denomina-se programação Inteira um problema cuja solução não pode ser fracionária, como por exemplo: o corte de $\frac{1}{2}$ item; $\frac{1}{2}$ funcionário para trabalhar em determinado turno; o que não irá satisfazer o desejado das partes interessadas. Em linhas gerais são problemas onde a função objetivo e restrições são lineares, mas nas variáveis de decisão, uma ou mais variáveis só podem assumir valores inteiros (LACHTERMACHER, 2005; ANDRADE, 2011).

1.4 Programação Inteira

A Programação Inteira (PI) surgiu a partir de lacunas encontradas em Programação Linear (PL), onde problemas de grande importância não impetravam soluções viáveis nem soluções favoráveis (COLIN, 2013).

Ralph E. Gomory foi o primeiro pesquisador a aproximar-se do conceito de PI, quando em uma viagem pela Marinha dos EUA um grupo de pessoas lhe apresentou um modelo de PL da força tarefa, indagando que não seria satisfatória uma solução do tipo, “1,3 avião de carga” (COLIN, 2013).

Gomory fisgado pela indagação do pessoal passou então a utilizar e fazer adaptações do método simplex de PL para resolver os problemas de PI, isso como primeiro passo. Mas adiante começou a produzir bases teóricas para seu método (COLIN, 2013).

Apesar de Gomory ter sido o primeiro pesquisador a trabalhar com PI, Jack Edmond foi quem introduziu uma base teórica em PI mais próxima da que existe hoje, na década de 1960 (COLIN, 2010).

Os problemas de PI, em sua maioria, são problemas de programação matemática onde a função objetivo e suas restrições são lineares, entretanto uma ou mais das variáveis de decisão só podem assumir valores inteiros (LACHTERMACHER, 2005).

Neste tópico será feito uma revisão das técnicas utilizadas para a resolução dos problemas de programação inteira, com associação ao problema de corte, que é o foco do presente trabalho.

1.4.1 O Problema da Mochila (Knapsack Problem - PK)

O problema da Mochila também conhecido na literatura como Knapsack Problem - PK é conhecido por meio do relacionamento com grande número de outros modelos de programação e esse fato o torna muito importante. Pode ser entendido como desafio de encher uma mochila sem ultrapassar um determinado peso e otimizar o valor do produto carregado. (GOLDBARG e LUNA, 2000).

O problema da mochila pode ser formulado da seguinte maneira:

$$(PK) \text{ Maximizar } z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (1.1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=1}^n w_j x_j \leq b \quad (1.2)$$

$$x_j \geq 0 \text{ e inteiro.} \quad (1.3)$$

onde:

- x_j representa o número de itens do tipo j para serem incluídos na mochila;
- c_j representa o valor econômico de cada item;
- b capacidade total da mochila;
- w_j o peso de cada item;

1.4.2 Branch and Bound

Denomina-se *Branch-and-Bound* (B&B) o método que tem o conceito de desenvolver uma enumeração inteligente dos pontos pretendentes à solução ótima inteira de um problema, sendo que *branch* refere-se ao fato de que o método executa participações no espaço das soluções e *bound* observa que a prova da otimalidade da solução utiliza-se limites calculados ao longo da enumeração e define-se: (GOLDBARG e LUNA, 2000).

$$(P) = \text{Maximizar}\{cx \mid Ax = b, x \geq 0, x \in Z^+\} \quad (1.4)$$

$$(\bar{P}) = \text{Maximizar}\{cx \mid Ax = b, x \geq 0, x \in R^+\} \quad (1.5)$$

1.4.3 Enumeração Implícita

É uma idéia de desenvolver um a enumeração de pontos candidatos (nós) em busca de uma solução ótima e inteira do problema, por meio da participação do espaço e avaliação progressiva das soluções obtidas (SIQUEIRA, 2013).

O método é implementado utilizando primeiro uma busca em profundidade e incide em enumerar implicitamente todas as soluções do problema da mochila, para isto utiliza *limitantes* para o problema que permitem que soluções “piores” que a atual sejam descartadas, não perdendo a otimalidade (POLDI, 2003).

1.5 Considerações finais

Na indústria metalúrgica a preocupação com o desperdício de matéria prima, chamados refugos, tem assumido um dos primeiros lugares, dado a complexidade dos problemas de corte. São necessários vários estudos de viabilidades, uma vez que esse desperdício pode alcançar valores não aceitáveis.

Os refugos podem ser encontrados em toda a cadeia produtiva, tanto no recebimento, por exemplo, por motivos de oxidação ou outro inconveniente de armazenamento, na movimentação em caso de algum acidente com o material, no processo produtivo por vários motivos, como um erro de programação, se existir outros processos como soldagem, pintura, montagem, os refugos também estarão presentes.

A intenção desse trabalho de graduação é construir um modelo de PI que demonstre uma solução ótima, ou que chegue o mais próximo disso, para um problema de corte identificado na empresa B, onde na máquina de corte de tubos a laser, corta-se uma grande quantidade de peças de tamanhos diversos, obtendo nos finais dos tubos perdas e sobras.

É bom deixar claro a diferença entre perdas e sobras. Sobras são “pedaços” que ficam no final no tubo, porém estão passíveis de reutilização para outra peça programada futuramente, cabendo é claro dentro do tamanho da sobra.

A máquina tem uma perda padrão de 160 mm, que acontece por causa do modelo da máquina que possui essa restrição para operar seu sistema perfeitamente. Nas demais sobras ocorridas nesse processo, que não podem ser reutilizadas futuramente por falta de peças menores que as mesmas, resultão por fim em perdas, impactando diretamente no custo do produto e aumentando desta forma seu valor, algo que a maioria das empresas está estudando para reduzir ao máximo possível, buscando permanecer com força no mercado.

CAPÍTULO 2 – PROBLEMA DE CORTE

Pode se encontrar na literatura vários nomes para problema de corte, tais como problema de corte de estoque, problema de corte e empacotamento, problema de carregamento de paletes, entre outros que normalmente são encontrados nas indústrias que cortam papel, madeira, aço, tecido, ou algum outro tipo de material.

De acordo com Dyckhoff e Finke (1992), o mesmo que problema de corte e empacotamento é problema de Otimização Combinatória, isso de maneira geral, pois desejam alcançar um esquema ótimo de peças menores (itens) numa unidade de peças maiores (objeto) de maneira que satisfaça as restrições determinadas.

Também é considerado problema de corte a necessidade de posicionar objetos dentro de contêineres, por exemplo, onde o espaço é ocupado pelos objetos ou avaliados como perdas (DYCKHOFF, 1990).

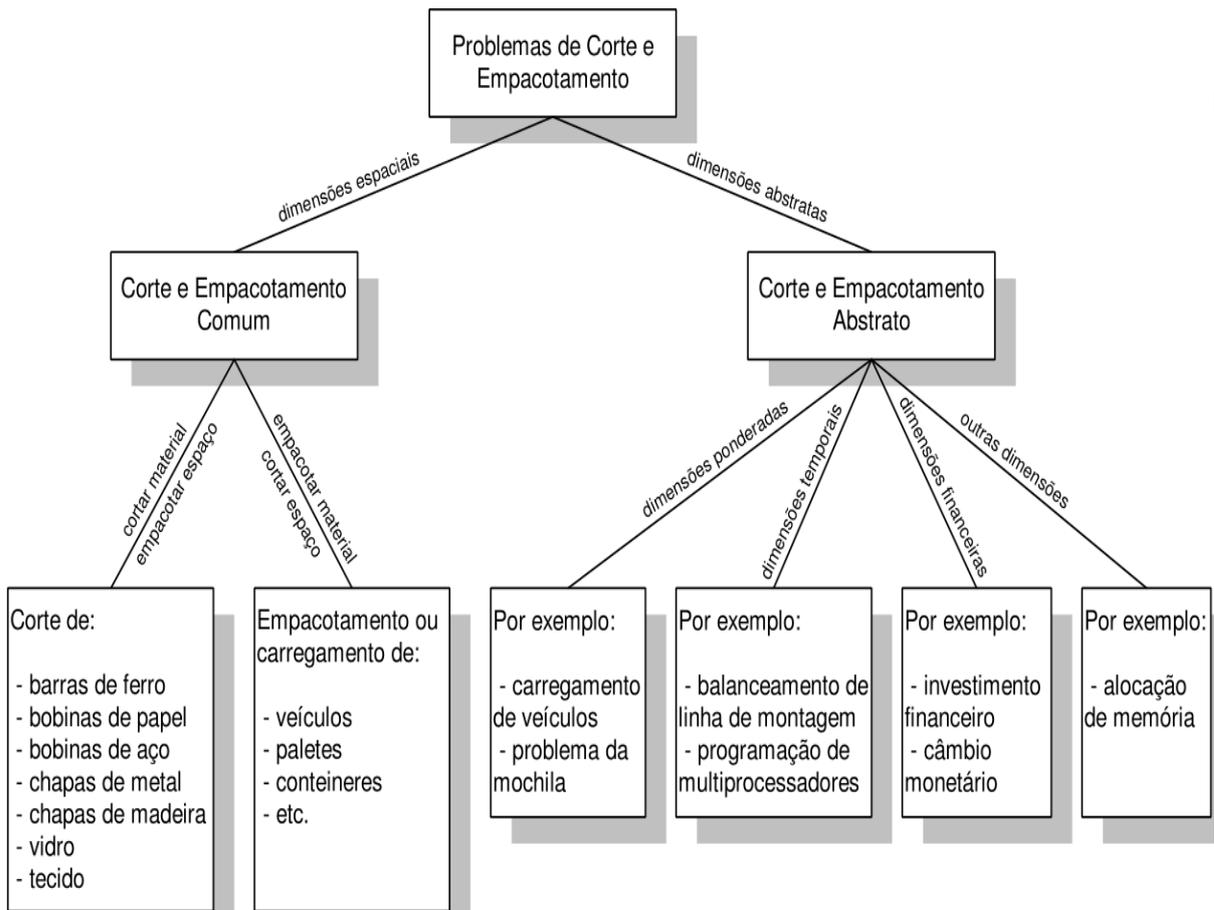
Problema de cortes está entre os clássicos da Otimização Combinatória segundo Vieira (1999), sendo estudados de maneiras exaustivas por serem problemas de difícil solução, tendo uma pequena possibilidade de existir algoritmos que os resolvam em tempo hábil.

O problema de corte de itens, se encontra dentro da classe de problemas denominados NP – difícil (GAREY e JOHSON, 1979), não sendo interessante a utilização de algoritmos exatos em casos de problema de grande e médio porte devido ao grande número de combinações dos possíveis arranjos, se o objetivo é um arranjo ótimo (VELASCO, 2005).

De acordo com Golden (1976), na produção de segmentos diversos, os problemas de corte e empacotamento são essenciais para um bom planejamento, tendo como objetivo livrar-se de efeitos negativos como desperdício de materiais, sendo essenciais e relevantes também no planejamento de operações logísticas.

Os problemas de corte definem-se em cortar objetos maiores para atingir um a determinada demanda de peças menores. Os vários tipos de problema de corte citados acima, são definidos por uma ou mais dimensões do espaço Euclidiano (VELASCO, 2005).

Figura 2.1 – Estruturas dos Problemas de Corte

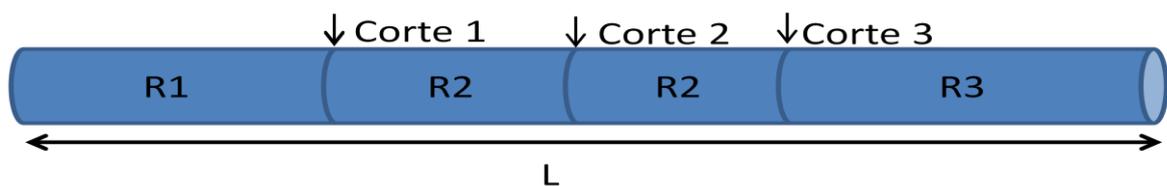


Fonte: Adaptado de VELASCO, 2005.

2.1 Problema de Corte Unidimensional

É considerado problema de corte unidimensional, quando apenas uma dimensão a ser cortada é relevante para a criação de um padrão de corte. Por exemplo, uma barra de ferro com o comprimento L , cortada apenas em peças representadas como R_1 , R_2 e R_3 apresentado na figura 2.2:

Figura 2.2 – Modelo de Corte Unidimensional

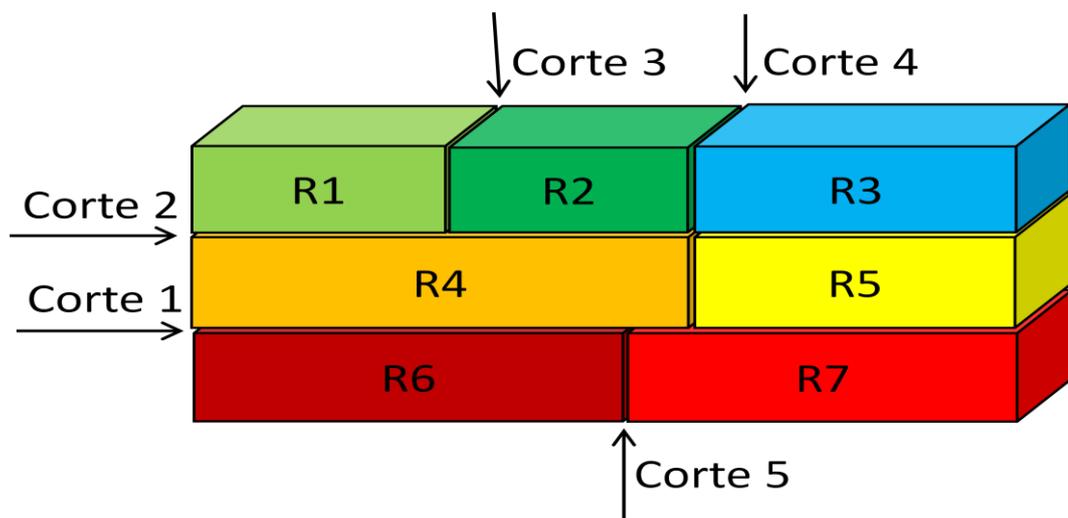


Fonte: O Autor.

2.2 Problemas de Corte Bidimensional

Problema de corte bidimensional consiste em cortar objetos com duas dimensões relevantes, ou seja, comprimento e largura. Um exemplo de aplicação desse problema de corte se dá no corte de chapa de aço na indústria metalúrgica, também no caso das indústrias de tecido, indústrias que cortam placas de vidro, mármore. Na figura 2.3 abaixo, é possível ver um exemplo de corte bidimensional. As setas demonstram uma possível seqüência de corte.

Figura 2.3 – Exemplo de Corte Bidimensional



Fonte: O Autor.

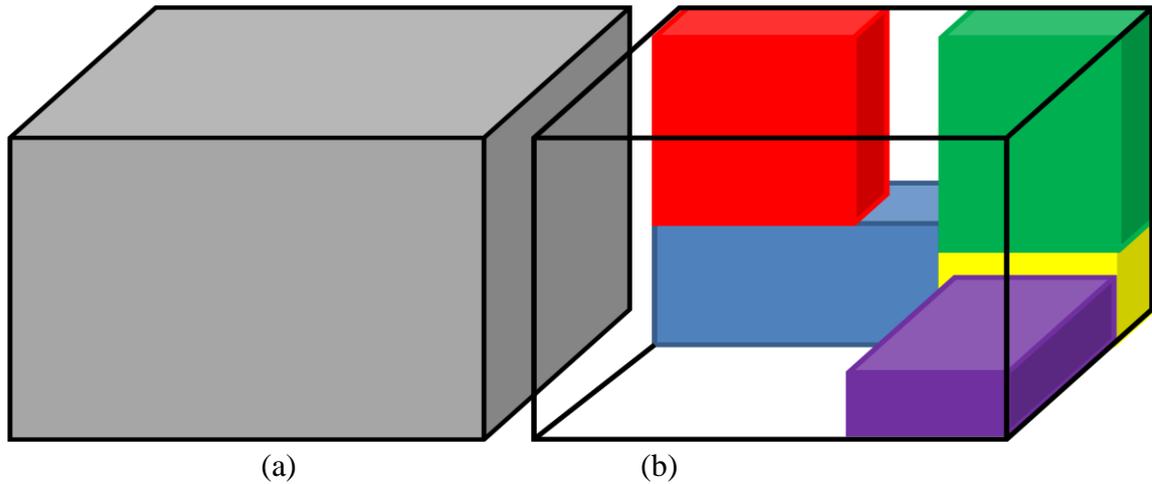
Os problemas de corte bidimensional podem em seu início ser considerados unidimensional, se o primeiro corte a ser realizado considerar apenas o comprimento (SILVA, 2008).

2.3 Problemas de Corte Tridimensional

Quando num problema de corte três dimensões são relevantes e fixas, ele é considerado um problema de corte tridimensional. Encontra-se a composição desse problema bastante em indústrias de matéria prima para a fabricação de colchões.

Outro cenário para esse tipo de problema se dá com o empacotamento de caixas em um contêiner, onde se considera a altura, a largura e o comprimento, com o objetivo de arranjar o maior número de caixas possíveis (POLDI, 2003; MORABITO, 1992).

Figura 2.4 – (a) Contêiner, (b) Arranjo de Empacotamento



Fonte: Adaptado de POLDI, 2003.

2.4 Problema de Corte N-dimensional ou $N > 3$.

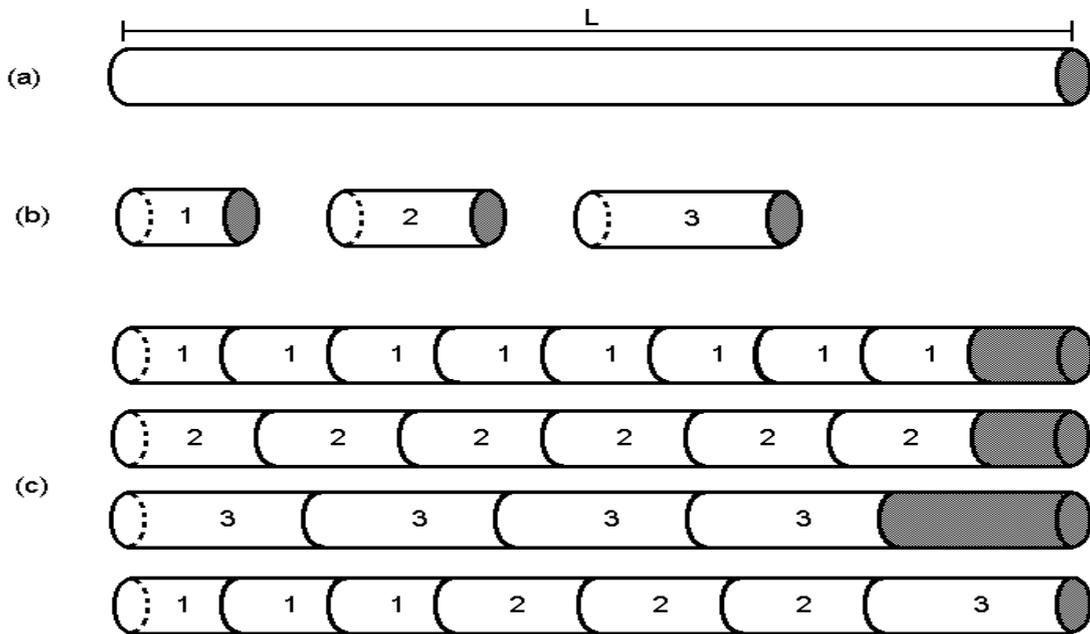
Tendo N como o número de dimensões relevantes para solução do problema, e sendo $N > 3$ o problema de corte é considerado como N -dimensional ou Multidimensional.

Um bom exemplo desse tipo de problema se dá na alocação de tarefas num dia de trabalho as quais utilizam diferentes recursos renováveis, no entanto limitados (MORABITO, 1992).

2.5 Formulação Matemática

De maneira básica o problema de corte unidimensional pode ser definido utilizando um exemplo: A princípio será considerada uma indústria metalúrgica que tem apenas um perfil de barra em estoque a ser cortada. Determinado o comprimento C , e uma demanda de vários itens a serem cortados P_i , $i = 1, \dots, n$, chamados de peças. Cada peça tem uma quantidade d_i , $i = 1, \dots, n$. Então o problema de corte consiste em cortar as barras em estoque nas peças menores, nas suas respectivas quantidades visando à otimização da barra, minimizando assim as perdas, e ou, maximizar os lucros (POLDI, 2003).

Figura 2.5 – Exemplo de Padrão de Corte



Fonte : Adaptado de POLDI, 2003.

Onde (a) determina o comprimento da peça em estoque, (b) denomina os tipos de itens que serão cortados e (c) são exemplos de possíveis padrões de corte.

Na figura 2.5 ocorre o que é chamado de padrão de corte, ou seja, a maneira que é cortada um objeto em estoque a fim de produzir as peças menores demandadas. A um padrão de corte é associado um vetor m -dimensional para contabilizar as peças produzidas:

$$a = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m) \quad (2.1)$$

Sendo que α_i é a quantidade de peças do tipo i contidas no padrão de corte, como mostra a figura 2.5, outro fator importante a ser notado é que tendo dois padrões de corte o mesmo vetor associado, eles são chamados equivalentes.

Somente corresponderá um vetor $a = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m)$ a um padrão de corte se e somente se corresponder às restrições contidas no problema da mochila, o qual será visto mais frente (POLDI, 2003).

$$l_1\alpha_1 + l_2\alpha_2 + \dots + l_m\alpha_m \leq L \quad (2.2)$$

$$\alpha_i \geq 0, i = 1, \dots, m \text{ e inteiro.} \quad (2.3)$$

Por exemplo, uma fábrica precisa cortar quatro tipos de peça, utilizando somente um tipo de barra de comprimento $L = 4500$ mm, ou seja, levando em consideração apenas o comprimento denotando um problema de corte unidimensional, tendo suas informações

expressas na Tabela 2.1, acompanhada da figura 2.6, um exemplo de um possível padrão de corte:

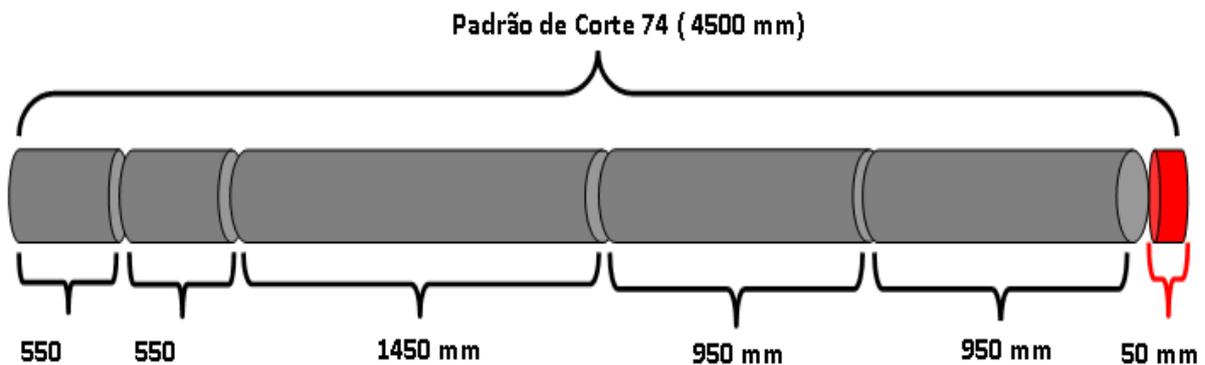
Tabela 2.1 – Dados do exemplo de problema de corte.

Tipo de peça	Comprimento(mm)	Demanda
Tipo 1	550	15
Tipo 2	575	10
Tipo 3	1450	20
Tipo 4	950	9

Fonte: O Autor.

A seguir o padrão 74 será ilustrado para melhor entendimento dos padrões que foram escolhidos aleatoriamente.

Figura 2.6 – Padrão de corte número 74 da Tabela 2.2



Fonte: O Autor.

Abaixo e resumidamente está a tabela de Padrões de Corte do tubo do exemplo acima, feita pelo método força bruta, onde constam apenas 110 possíveis padrões de corte. Há ainda um grande número de padrões de corte para esse problema e, por esse motivo é inviável encontrar todos os possíveis padrões de corte explicitamente. O que se costuma fazer na literatura é um processo iterativo de gerar o melhor padrão possível no momento e calcular a frequência em que ele será executado.

Tabela 2.2 – Padrões de Corte do tubo

PADRÕES	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
TIPO 1	1	2	3	4	5	6	7	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
TIPO 2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	3	4	5	6	7	0	0	0	0	0	0	0	0
TIPO 3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	3	0	0	0	0	0
TIPO 4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	3	4	4
PADRÕES	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	
TIPO 1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
TIPO 2	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	6	4	2	0	0	0	0	0	0
TIPO 3	1	1	1	2	0	0	0	0	1	1	1	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
TIPO 4	1	2	3	1	1	2	3	4	1	2	3	0	1	1	1	2	3	1	2	3	4	0	0
PADRÕES	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	
TIPO 1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
TIPO 2	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4
TIPO 3	1	2	2	0	1	1	1	2	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
TIPO 4	1	0	1	0	0	1	2	0	3	1	2	0	1	0	1	2	0	1	2	0	0	0	0
PADRÕES	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	
TIPO 1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
TIPO 2	4	5	5	6	0	0	0	0	1	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	4	4	4
TIPO 3	0	0	0	0	0	2	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
TIPO 4	1	0	1	0	1	0	2	2	1	0	1	2	0	0	1	2	0	0	1	0	0	0	1
PADRÕES	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	
TIPO 1	2	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5	6	6
TIPO 2	5	0	0	1	1	2	1	5	2	0	1	4	3	2	0	0	1	1	2	3	0	0	1
TIPO 3	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
TIPO 4	0	3	1	2	0	0	0	0	1	2	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0

Fonte: O Autor.

O padrão de corte 1 está produzindo apenas peça do Tipo 1, o que significa que o Padrão 1 é um padrão de corte homogêneo (POLDI, 2003), ou seja, um padrão de corte é homogêneo se apenas uma de suas coordenadas não for nula: $(0, \dots, \alpha_1, \dots, 0)$ $\alpha_1 \neq 0$. Isso ocorre do padrão 1 até o padrão 22.

Com a tabela de padrão de corte construída, embora ilustrando apenas alguns dos possíveis padrões de corte, é preciso definir quais padrões de corte utilizar e quantas vezes usá-los para atender a demanda.

Assim sendo as variáveis de decisão serão: quais padrões de corte utilizar e quantas vezes utilizá-los para atender a demanda esperada por cada tipo de peça. Pode-se utilizar apenas alguns padrões de corte para melhor ilustrar, ou utilizá-los todos com uma formulação

de forma geral. Nesse caso serão utilizados alguns padrões de corte para facilitar a ilustração do problema, sendo eles o a6, a18, a59, a74, a88, a97, a109.

Considerando como primeiro objetivo minimizar o número de padrões de corte, obtem-se como função objetivo:

$$\mathbf{min} z = x_6 + x_{18} + x_{59} + x_{74} + x_{88} + x_{97} + x_{109} \quad (2.4)$$

Sujeito a:

$$\begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} x_6 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix} x_{18} + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} x_{59} + \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} x_{74} + \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} x_{88} + \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} x_{97} + \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} x_{109} \leq \begin{bmatrix} 15 \\ 10 \\ 20 \\ 9 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

$$x_6, x_{18}, x_{59}, x_{74}, x_{88}, x_{97}, x_{109} \geq 0, \text{ e inteiros.} \quad (2.6)$$

De maneira geral teríamos:

$$\min z = x_1 + x_2 + \dots + x_n \quad (2.7)$$

Sujeito a:

$$\begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \alpha_{m1} & \alpha_{m2} & \dots & \alpha_{mn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_m \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Tendo α_{ij} = o número de peças do tipo i associada ao padrão de corte j , $i = 1, \dots, m$ e $j = 1, \dots, n$.

ou ainda:

$$\text{minimizar } f(x) = \sum_{j=1}^n x_j \quad (2.9)$$

$$\text{sujeito a: } \mathbf{Ax} \leq \mathbf{d}, \quad \mathbf{x} \geq 0 \text{ e inteiro} \quad (2.10)$$

sendo que cada coluna da matriz $\mathbf{A} \in \mathfrak{R}^{m \times n}$ é um vetor associado à um padrão de corte.

Ao aplicarmos os dados da tabela 2.1 do exemplo descrito acima no *Solver*, a seguinte resposta é obtida, mostrada na tabela 2.3:

Tabela 2.3 – Resposta obtida pelo *Solver*

Sujeito	P6	P18	P59	P74	P88	P97	P109			
Tipo 1	6	0	5	4	0	0	0	15	<=	15
Tipo 2	0	0	10	0	0	0	0	10	<=	10
Tipo 3	0	18	0	2	0	0	0	20	<=	20
Tipo 4	0	0	5	4	0	0	0	9	<=	9

Fonte: O Autor.

Tabela 2.4 – Reposta do exemplo da tabela 2.3

Fun Min.	14
P6	1
P18	6
P59	5
P74	2
P88	0
P97	0
P109	0

Fonte: O Autor.

De acordo com o resultado obtido pelo solver, para atender a demanda de cada item seria necessário utilizar uma vez o P6, seis vezes o P18, cinco vezes o P59 e duas vezes o P74, não sendo utilizado o P88, P97 e P109.

2.5 Classificação dos Problemas de Corte

Dickhoff (1990) propôs uma classificação para os Problemas de Corte, denominando-os em quatro critérios, sendo eles: dimensionalidade, tipo de alocação, sortimento dos objetos e sortimento dos itens.

Wäscher et al. (2007) aprimorou a tipologia proposta por Dickhoff (1990) tendo as definições dos tipos de problemas baseadas em cinco critérios: dimensionalidade, tipo de designação, variedade dos itens, variedade dos objetos e forma dos itens.

Neste trabalho será abordada a tipologia proposta por Dickhoff, que será detalhada na Tabela 2.5 a seguir.

Tabela 2.5 – Tipologia de Dickhoff

1. Dimensionalidade	(1) Unidimensional (2) Bidimensional (3) Tridimensional (4) N-dimensional $N > 3$
2. Tipo de Alocação	(B) Todos os Objetos de uma parte dos itens (V) Uma parte dos objetos e Todos os itens
3. Sortimento dos Objetos	(O) um objeto (I) Objetos de Figuras Idênticas (D) Objetos de diferentes figuras
4. Sortimento dos Itens	(F) Poucos Itens de Figuras diferentes (M) Muitos itens de muitas figuras diferentes (R) Muitos Itens com relativamente poucas figuras diferentes (C) Figuras congruentes

Fonte: Dickhoff, 1990.

Dessa maneira Dickhoff (1990) classificou de forma sistemática e consistente os variados tipos de Problemas de Corte e Empacotamento, agrupando – os em classes definidas por meio de uma quádrupla (a / b / g / d), onde a, b, g e d correspondem diretamente aos critérios definidos anteriormente 1, 2, 3 e 4.

2.6 Resumos de Estudos de Casos

Nesta seção serão apresentados alguns estudos de caso relacionados com o problema de corte unidimensional, foco do trabalho realizado, onde será analisado a problemática e as técnicas de solução aplicada.

Sarah El Achkar da Silva (Otimização no processo de corte unidimensional de barras de aço) (2008)

Silva (2008) em seu trabalho teve como objetivo definir um método de programação e otimização para o corte de barras de aços inteiras ou retalhos de acordo com as especificações dos clientes, a fim de diminuir as perdas obtidas pelo processo de corte. No início de seu estudo Silva destacou que a empresa estudada gerou um perda total em 2008 de 40,5 toneladas, o equivalente a 320 mil reais segundo ela (SILVA, 2008).

Após uma breve revisão da literatura em cima de alguns tipos de tipo de problemas similares ao de corte, e alguns modelos também utilizados na literatura para a resolução do problema de corte, Sarah (2008) decidiu utilizar em seu trabalho o modelo de Gradisar para o CSP (Gradisar et al., 1997) adaptado por Abuabara e Morabito (2007) considerando a utilização de retalhos como sobra do processo de corte, e acrescentou ainda à função objetivo a consideração para minimização de barras utilizadas e ficou assim:

$$FO = \min \sum_{j=1}^n \left(t_j + \frac{z_j}{n} \right) \quad (2.11)$$

A função objetivo minimiza a perda e o número de objetos usados, (SILVA, 2008).

Variáveis:

- δ_j valor da perda do objeto j
- t_j valor da sobra do objeto j
- u_j variável binária que indica se o objeto j tem retalho (igual a um) ou não (igual a zero)
- x_{ij} quantidade do item i alocado no objeto j
- z_j variável binária que indica se o objeto j será utilizado (igual a um) ou não (igual a zero)

Restrições:

$$\triangleright \sum_{i=1}^n l_i \cdot x_{ij} + \delta_j = b_j \forall_j \quad (2.12)$$

$$\triangleright \sum_{j=1}^n x_{ij} = d_i \forall_i \quad (2.13)$$

$$\triangleright \sum_{j=1}^n u_j \leq R \quad (2.14)$$

$$\triangleright N \cdot u_j \leq b_j \cdot z_j - \sum_{i=1}^m l_i \cdot x_{ij} \forall_j \quad (2.15)$$

$$\triangleright b_j \cdot z_j - \sum_{i=1}^m l_i \cdot x_{ij} \leq t_j + u_j \cdot M \forall_j \quad (2.16)$$

Sendo que o conjunto de restrições eq. (2.12) garante o comprimento dos objetos do estoque. O conjunto de eq. (2.13) garante que toda demanda será atendida, seguido do conjunto de eq. (2.14) que garante o número de retalhos produzidos. A eq. (2.15) e (2.16) garantem o conjunto de restrições da sobra.

Enfim Silva (2008) utilizou para resolução do problema o software What's Best 9.0 com a interface comum ao Excel. Na implementação testou os seguintes quesitos: toda a demanda deveria ser atendida – os objetos do estoque e os itens demandados deveriam ter medidas inteiras, no caso, em milímetros – a diferença entre o estoque inicial e final deveria ser igual à demanda com as perdas, caso houver – qualquer item demandado deveria ter comprimento menor ou igual a pelo menos um objeto do estoque – se a demanda é maior que o estoque disponível, a solução deveria ser infactível.

Concluindo, o método utilizado pela autora correspondeu às expectativas das partes envolvidas.

Euclides Vieira Neto, André Soares Velasco, Geraldo Galdino de Paula Junior (Algoritmos GRASP Híbridos para o Problema de Corte Unidimensional).

Neto *et al.*, (2013) em seu trabalho apresenta um estudo sobre os algoritmos híbridos, a partir de uma meta-heurística GRASP para o problema de corte unidimensional.

De acordo com Neto *et al.* (2013) a metodologia GRASP foi construída com a combinação de uma heurística construtiva e um procedimento de busca local. Essa metodologia GRASP é construída em duas fases a cada iteração: fase da construção e fase da melhoria. Neto *et al.* (2013) sugere um pseudocódigo de FEO and RESENDE (1995), descrito abaixo:

Procedimento GRASP ()

1. Entrada de Dados ();
2. Para(critério de parada GRASP não satisfeito) faça
3. Construa Solução Gulosa Aleatória (solução);
4. Busca Local (solução, Viz(solução));
5. Atualiza Solução (solução, melhor solução encontrada);
6. Fim-para;
7. Retorna (melhor solução encontrada);

Fim GRASP

Neto *et al.*, escolheu o algoritmo guloso FFD (*First Fit Decreasing*), para a construção da solução inicial do algoritmo GRASP-1D por ser um algoritmo de fácil entendimento e implementação, que apresenta resultados satisfatórios na otimização de corte unidimensional.

No algoritmo GRASP -1D é inserido um procedimento para construir soluções iniciais, um outro procedimento de melhoria da solução e perto do fim um procedimento de trocas.

Para a melhora das soluções encontradas Neto *et al.*, acrescentou ainda dois algoritmos denominados ALG HB1 e ALG HB2 visando uma solução final com o menor número de barras padrão necessárias para atender a demanda do problema (NETO *et al.*, 2013).

Após a utilização do ALG HB2 Neto *et al.* alcançou ótimos resultados em determinadas instâncias, e em outras não consideradas ótimas, em torno de 1% de ótimo. Para a criação dos padrões de corte, fase que requer maior tempo, em nenhum dos casos o tempo foi superior a 0,5 segundo pois gerou um número pequeno de itens e comprimentos dos mesmos, facilitando assim a criação dos padrões viáveis (NETO *et al.*, 2013).

2.7 Considerações finais

Problema de corte define-se em cortar objetos maiores em objetos menores, buscando atingir uma determinada demanda, pode ser encontrado de diversas maneiras no dia a dia de uma indústria.

Como foi visto nesta seção, o problema de corte unidimensional cuja a relevância está em apenas uma dimensão de corte é foco do presente trabalho, entretanto outros tipos de problemas de corte estão bem visíveis na empresa B, local de aplicação do trabalho, como por exemplo no corte de chapas de aço é encontrado o problema de corte bidimensional; na expedição de produtos prontos o problema de corte tridimensional é determinado em como alocar os produtos no caminhão ou contêiner maximizando o espaço.

Um dos fatores mais importantes do problema de corte unidimensional estudado, é a criação dos padrões de corte, uma vez que se faz necessário levar em consideração algumas restrições específicas ao problema em questão. Esses padrões de corte podem ser gerados explicitamente e/ou implicitamente que é a maneira utilizada neste trabalho.

Foi impetrado um exemplo na presente seção com aspectos semelhantes ao problema estudado na empresa B, esse exemplo foi resolvido em duas etapas sendo a primeira a elaboração dos padrões de corte, dentre os quais foram utilizados apenas alguns para melhor entendimento. A segunda etapa foi a resolução do problema, sendo utilizado o *Solver* para encontrar a solução do problema e obteve-se uma resposta atingindo a demanda de todos os itens do exemplo.

Concluí-se que é possível resolver o problema de corte por meio do *Solver*, ainda que se faça necessário incluir os padrões de corte na força bruta, uma tarefa que exige um certo tempo. Porém o objetivo do presente trabalho ainda não foi alcançado na resolução do exemplo, uma vez que não foram incluídos as restrições que são intrínsecas ao problema em questão.

CAPÍTULO 3 – DESENVOLVIMENTO DO MODELO DE OTIMIZAÇÃO

Neste capítulo será descrito o problema estudado na empresa B e seus aspectos relevantes, e em seguida alguns modelos encontrados na literatura para comparação, utilização e adequação do presente trabalho.

Este trabalho pode ser caracterizado em relação à abordagem, como uma pesquisa quanti e qualitativa. A pesquisa quantitativa se dá pela utilização da quantificação, tanto nas modalidades de coleta de informações, como na análise das mesmas, para tanto se faz necessário o uso de técnicas como percentual, média, entre outras, objetivando a análise e interpretação, traduzindo em números as informações analisadas e dados coletados (SOUZA, 2012, p. 134-135)

A pesquisa qualitativa preocupa-se com o aprofundamento da compreensão de um objeto de estudo, não com a representatividade numérica. Sua abordagem não defende um modelo único de pesquisa, recusa o modelo positivista, de maneira a não fazer julgamentos nem permitir que suas crenças e preconceitos contaminem a pesquisa (GOLDENBERG, 1999).

Sendo assim este trabalho apresenta uma pesquisa exploratória cuja finalidade está em proporcionar maior familiaridade com o problema (explicitá-lo), a fim de torná-lo mais claro ou até mesmo construir hipóteses, envolvendo levantamento bibliográfico, pesquisas com pessoas experimentadas em relação a problemática estudada (GIL, 2008).

3.1 O Problema da Empresa B

A empresa B é uma indústria do setor metalúrgico, que possui uma gama ampla de produtos tanto na área de fitness como no setor agrícola. Seus produtos são produzidos internamente e por isso a empresa corta grande quantidade de tubos e chapas de diversas geometrias e dimensões.

O presente trabalho será aplicado apenas a máquina de corte de tubos. A máquina de corte a laser tem seu carregamento de tubos automático, e um sistema de programação de corte bem avançado, possui na sua programação princípios da enumeração implícita.

O comprimento comum dos tubos encontrado no mercado é de 6000 mm, entretanto é possível encomendar tubos com medidas específicas. A empresa B utiliza-se de vários tipos

de tubo para a produção de seus itens, dentre os mais utilizados atualmente devido ao mix dos itens são: tubo obilongo 120 X 60 X 6000 mm e tubo retangular 100 X 50 X 6000 mm.

É possível programar a máquina em três diferentes ciclos, mostrados na tabela 3.1:

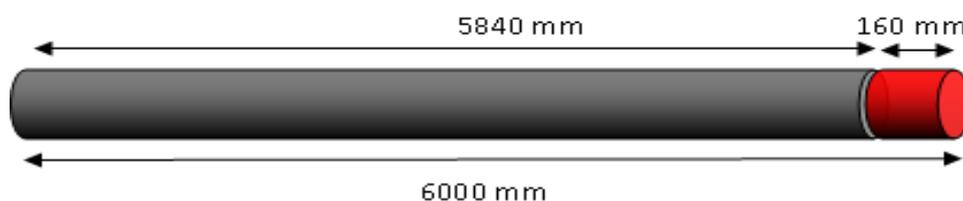
Tabela 3.1 – Ciclos Operacionais da Máquina.

Automático	No ciclo automático é possível programar 5 itens (peças) diferentes com demanda diferente ao mesmo tempo. Neste ciclo é possível determinar um número de itens a ser cortado em cada barra, ou seja, fixar um padrão de corte por barra. Caso contrário as peças são cortadas até atingir a demanda ou acabarem os tubos na linha de abastecimento automático.
Por barra	No ciclo por barra a única coisa que o diferencia do ciclo automático se dá no fato de que a cada barra cortada, seja com padrão de corte fixado ou não, a máquina para, sendo necessária a ação do operador para reiniciar o ciclo.
Por peça	No ciclo por peça a máquina corta apenas a primeira peça programada, sendo necessário o reinício do ciclo a cada item cortado.

Fonte: O Autor.

Em relação ao padrão de corte citado na tabela 3.1 existem alguns aspectos que são relevantes, como por exemplo: em todas as barras existe uma perda programada de 160 mm, devido á uma região da máquina onde o corte não se faz possível, por exemplo uma barra de 6000 mm tem apenas 5840 mm como área de corte e 160 mm de perda final, como mostra a figura 3.1.:

Figura 3.1 – Perda final (pf).

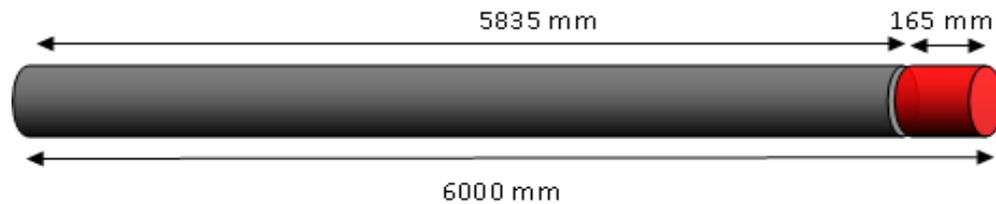


Fonte: O Autor.

Outro importante ponto a ser destacado em relação ao padrão de corte do problema estudado é chamado de “presset” (pre). O presset é um corte de 5 mm realizado em praticamente todas as peças, sendo inicialmente realizado no início da barra para alinhamento

da mesma, em seguida na próxima peça e assim por diante. Tanto a perda programada quanto o preset deveram fazer parte do modelo. Desta maneira a perda final deve ser considerada como 165 mm e a área de corte passa a ter 5835 mm numa barra de 6000 mm.

Figura 3.2 – Perda final com Preset



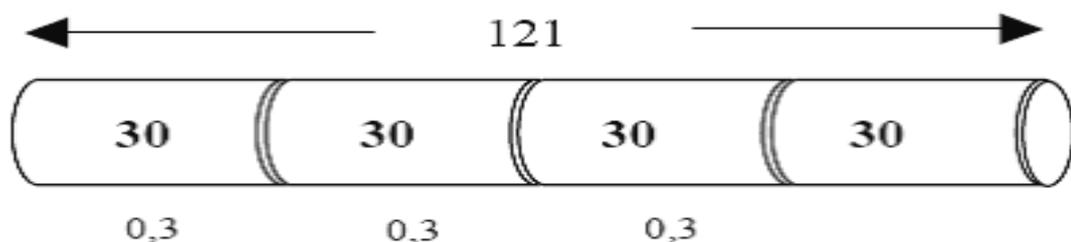
Fonte: O Autor.

Na literatura existe um caso parecido, conhecido como “perdas intrínsecas” (largura da faca), ou seja, uma perda que não pode ser desconsiderada ou otimizada de maneira matemática (SANTOS, 2008).

São as perdas geradas pela espessura das facas, o que não é o caso demonstrado, pois o corte estudado é feito a laser. Porém, tanto o preset quanto perda final também é uma perda que não pode ser descartada nem otimizada para não correr o risco de danificar o procedimento correto da máquina.

Arenales et al.(2004) sugere um exemplo, onde se tem uma bobina de 120 cm e a faca ocasiona um perda de 3 mm nos pontos de corte, e se deseja produzir 4 itens de 30 cm. Desconsiderando então a perda intrínseca da faca, 4 itens seriam obtidos, no entanto se for considerada a perda intrínseca apenas 3 itens poderiam ser cortados, com uma sobra de 29.1 cm. Para a produção dos 4 itens, seria necessário então uma barra de 121 cm como na figura 3.3 abaixo:

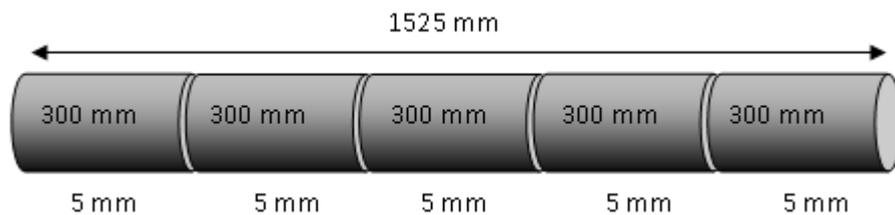
Figura 3.3 – Padrão de Corte com Perda Intrínseca.



Fonte: ARENALES et al., 2004.

Trazendo este exemplo para o caso presente, e mudando de centímetro para milímetro com uma barra de 1500 mm, existe então uma perca intrínseca de 5mm, e desejando produzir 5 itens de 300 mm, o que não seria possível considerando a perda intrínseca do presset. Já considerando 4 itens e uma sobra de 280 mm. Seria necessário para a produção dos 5 itens uma barra de 1525 mm.

Figura 3.4 – Padrão de corte com Presset.



Fonte: O Autor.

O problema então reside em como programar a máquina de maneira rápida e objetivando otimizar a utilização de cada barra, sendo que são vários os perfis de tubo e cada perfil de tubo possui grande variedade de itens (peça).

Até então o processo de programação da máquina possui o seguinte procedimento:

- O operador recebe os cartões das peças com suas respectivas demandas
- Ele confere o tamanho dos itens e programa na seqüência da maior para a menor.
- Em seguida ativa o ciclo automático e começa a cortar os itens demandados.

Existem outros procedimentos realizados no início do processo de corte, no entanto para a realização deste trabalho serão necessários apenas os descritos acima.

O testes serão realizados em dois perfis de tubo, pois possuem maior variedade de itens, os quais foram descritos anteriormente, tornando o problema mais interessante

3.2 Classificação do problema proposto

De acordo com Dickhoff (1990) um problema de corte pode ser classificado por meio de quatro parâmetros que são: dimensionalidade, tipo de alocação, sortimento dos objetos e sortimento dos itens.

Em se tratando da dimensionalidade, as mais comuns existentes na literatura são unidimensional, bidimensional, tridimensional e n-dimensional, o que já foi tratado na sessão 2, e como no presente trabalho há apenas um dimensão relevante, ele se enquadra no Problema de Corte Unidimensional, na classificação de Dickhoff (1/).

Tipo de alocação está se referindo aos itens produzidos associados as restrições dos objetos, ou seja, alguns itens atribuídos a todos objetos ou todos os itens atribuídos a alguns objetos. O Problema de Corte Unidimensional estudado é definido então como todos os itens atribuidos a alguns objetos, sendo classificado em (V/).

Sortimento dos objetos está relacionado as característica de tipos de aparência dos objetos, sendo classificados em: apenas um objeto – objetos de mesmo formato, tamanho e orientação (onde mais se enquadra o problema estudado) – objetos de vários formatos, tamanhos e orientações; classificado agora como (I/).

Em relação ao Sortimento do Itens, leva – se em conta a aparência dos itens e são classificados como: poucos itens de diferentes formatos – muitos itens de muitas aparências diferentes – Muitos itens, porém pouca variedade do formato dos itens – itens congruentes; classificando o problema estudado como (M/).

Neste caso podemos definir que o problema de corte estudado no presente trabalho, de acordo com a tipologia de Dickhoff (1990) é (1 / V / I / M) sendo:

- (1) porque se trata de um Problema de Corte Unidimensional,
- (V) porque são vários itens e poucos objetos,
- (I) por serem objetos de mesmo formato, tamanho e orientação,
- (M) pois são muitos itens de figuras diferentes.

3.3 Modelo de Otimização

O modelo de otimização apresentado a seguir terá dois objetivos, sendo que a primeira função terá o objetivo de encontrar os padrões de corte, e a segunda função terá o objetivo de minimizar as perdas geradas pelo padrões.

Função Objetivo

Função objetivo 1: Tem como objetivo definir os padrões de corte.

$$F.O. = (\alpha_1 + pre) + (\alpha_2 + pre) + \dots + (\alpha_n + pre) \leq Tb - pre - pf \quad (3.1)$$

ou ainda:

$$F.O. \text{ Min } Z = \sum_{i=1}^n (\alpha_i + pre) \leq Tb - pre - pf \quad (3.2)$$

Onde:

Tb = tamanho da barra

pre = perda intrínseca (presset) de 5 mm

pf = perda final de 160 mm

α_i = tamanho do item i .

Função Objetivo 2: Tem o objetivo de minimizar a perdas geradas pelos padrões de corte maximizando a utilização de cada barra, sendo esta função objetivo o alvo do presente trabalho.

$$F.O. \text{ min } z = p_1x_1 + p_2x_2 + \dots + p_nx_n \quad (3.3)$$

$$F.O. \text{ Min } Z = \sum_{i=1}^n (x_i p_i) \quad (3.4)$$

Sendo:

p_i = Perda no Padrão i .

x_i = frequência de utilização do Padrão i .

pre = Perda intrínseca (presset) de 5 mm

Variáveis de decisão: as variáveis de decisão são quais padrões de corte utilizar e qual a frequência utilizá-los a fim de atender a demanda.

Restrições Gerais

$$l_1 + l_2 + \dots + l_n \leq Demanda \quad (3.5)$$

$$\sum_{i=1}^n l_i \alpha_i \leq L - pf - pre = Tb \quad (3.6)$$

O conjunto de restrições (3.5) garantem que a demanda será atendida

O conjuntode restrições (3.6) garantem o comprimento da barra será suficiente

Modelo Completo

Após análises dos modelos apresentados, foi possível propor o seguinte modelo de minimização das perdas geradas:

$$F.O. Min Z = \sum_{i=1}^n (x_i p_i) \quad (3.7)$$

Sendo:

p_i = Perda no Padrão i .

x_i = frequência de utilização do Padrão i .

Restrições

$$l_1 + l_2 + \dots + l_n \leq Demanda \quad (3.8)$$

$$\sum_{i=1}^n l_i \alpha_i \leq L - 165 = Tb \quad (3.9)$$

O conjunto de restrições (3.8) garantem que a demanda será atendida

O conjuntode restrições (3.9) garantem o comprimento da barra será suficiente

3.4 Técnicas para solução do Problema.

Após a definição do modelo é necessário especificar as técnicas de solução de maneira mais intrínseca ao problema estudado, separando em duas partes:

- Identificação dos padrões de corte: a primeira parte consiste na definição dos padrões de corte de um cenário proposto utilizando enumeração implícita;
- Encontrar a solução ótima: a segunda parte consiste em encontrar uma solução ótima ou viável do modelo matemático proposto com base nos padrões de corte definidos na primeira parte.

3.4.1 Identificação dos Padrões de Corte

Um dos pontos principais em relação ao problema de corte, se não o principal, se dá na identificação dos padrões de corte, conhecido também na literatura como geração de colunas e para a solução desta etapa será utilizado as técnicas do problema da mochila juntamente com o algoritmo da enumeração implícita.

Neste trabalho foi utilizado a técnica de enumeração implícita para encontrar os possíveis padrões de corte, ou seja, gerando apenas os padrões que realmente serão utilizados para a resolução do problema.

3.4.1.1 Problema da Mochila aplicado ao Problema de corte Inteiro

Se associado ao problema de corte unidimensional, teremos então uma barra que deverá ser cortado ao longo de seu comprimento L em itens de tamanho l_1, l_2, \dots, l_m . Ao considerar a limitação na quantidade de itens a ser selecionado, (situação que surge especialmente em problemas de corte com baixa demanda), o problema é denominado *problema da mochila restrito ou limitado*. Neste caso o limite máximo para cada item: o vetor \mathbf{d} deve ser respeitado (POLDI, 2003).

Variável de decisão:

α_i : quantidade de itens do tipo i selecionados, $i = 1, \dots, m$.

Modelagem Matemática:

$$g(a) = \text{máximo } v_1\alpha_1 + v_2\alpha_2 + \dots + v_m\alpha_m \quad (3.10)$$

$$\text{sujeito a : } \begin{cases} l_1\alpha_1 + l_2\alpha_2 + \dots + l_m\alpha_m \leq L \\ 0 \leq \alpha_i \leq d_i, i = 1, \dots, m \text{ e inteiro} \end{cases} \quad (3.11)$$

onde:

L = o comprimento da peça em estoque;

m = número de tipos de itens;

l_i = comprimento do item i , $i = 1, \dots, m$;

v_i = valor de utilidade do item i , $i = 1, \dots, m$;

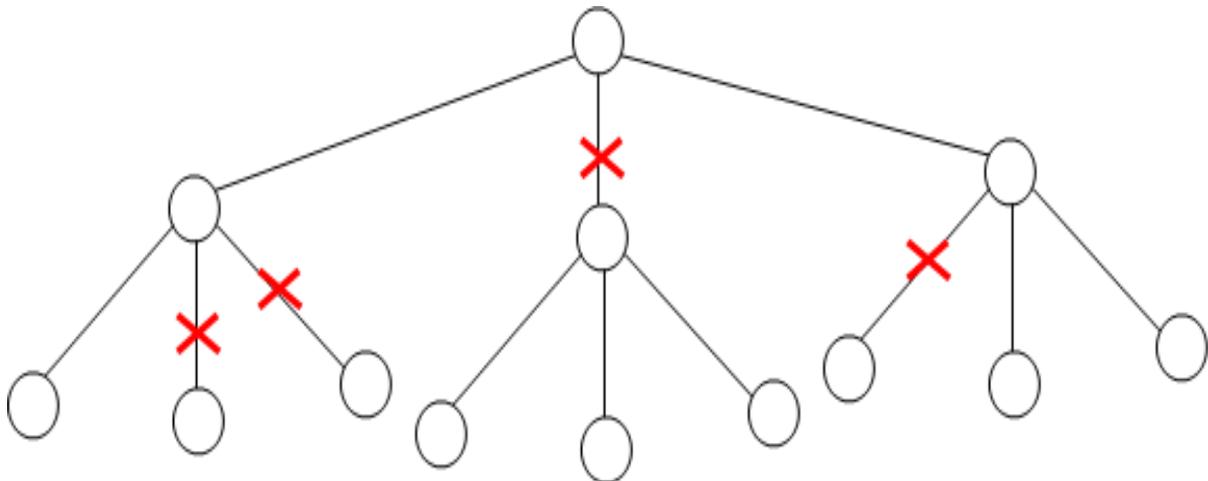
d_i = quantidade máxima de itens do tipo i que pode ser cortado, $i = 1, \dots, m$.

3.4.1.2 Algoritmo de Enumeração Implícita

Para Colin (2013) um algoritmo de enumeração implícita pode ser enxergado como um algoritmo de programação inteira binária, onde todas as alternativas são testadas, porém não são todas feitas explicitamente, sendo a maioria feita implicitamente por meio de testes e conclusões lógicas.

O Objetivo da enumeração implícita é reduzir o espaço de busca, através de subconjuntos de soluções que são implicitamente considerados e descartados. Após ramificá-los são feitos testes nas soluções com critérios de eliminação.

Figura 3.5 – Enumeração Implícita



Fonte: O Autor.

3.4.2 Encontrar a solução ótima ou viável.

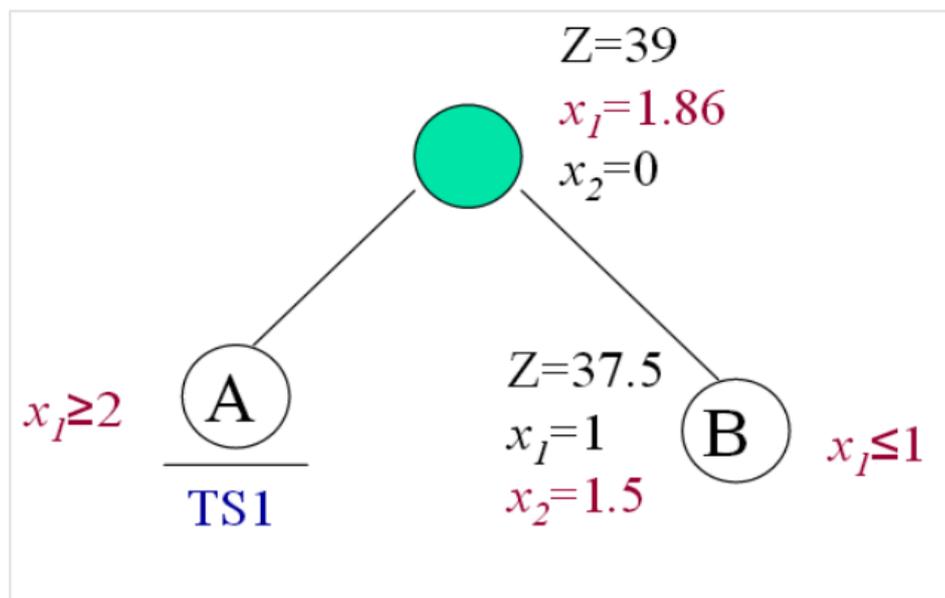
Para encontrar uma resolução viável ou ótima do problema deverá ser utilizado o algoritmo do Branch and Bound que será detalhado a seguir, sendo utilizado por meio da aplicação do Solver.

3.4.2.1 Branch and Bound (B&B).

Uma das principais idéias do algoritmo B&B é particionar de maneira inteligente o problema inicial fazendo com que soluções de partes do problema permitam que o espaço de soluções pretendidas seja diminuído, traduzindo num menor de cálculos necessários para encontrar a solução ótima (COLIN, 2013, p 202).

Em um determinado problema onde $Z = 39$, $x_1 = 1,86$ e $x_2 = 0$, tem-se que x_1 é não inteiro, e portanto o problema é particionado em dois subproblemas considerando duas novas restrições que são $x_1 \geq 2$ chamado de A e $x_1 \leq 1$ chamado de B (CASTILLO, sd).

Figura 3.6 – Exemplo de Branch-and-Bound.



Fonte: Adaptado de Castillo, sd.

A resolução do problema A não fora factível sendo utilizado um critério para poda ((TS1) o problema relaxado é infactível), porém o problema B resultou em um novo problema

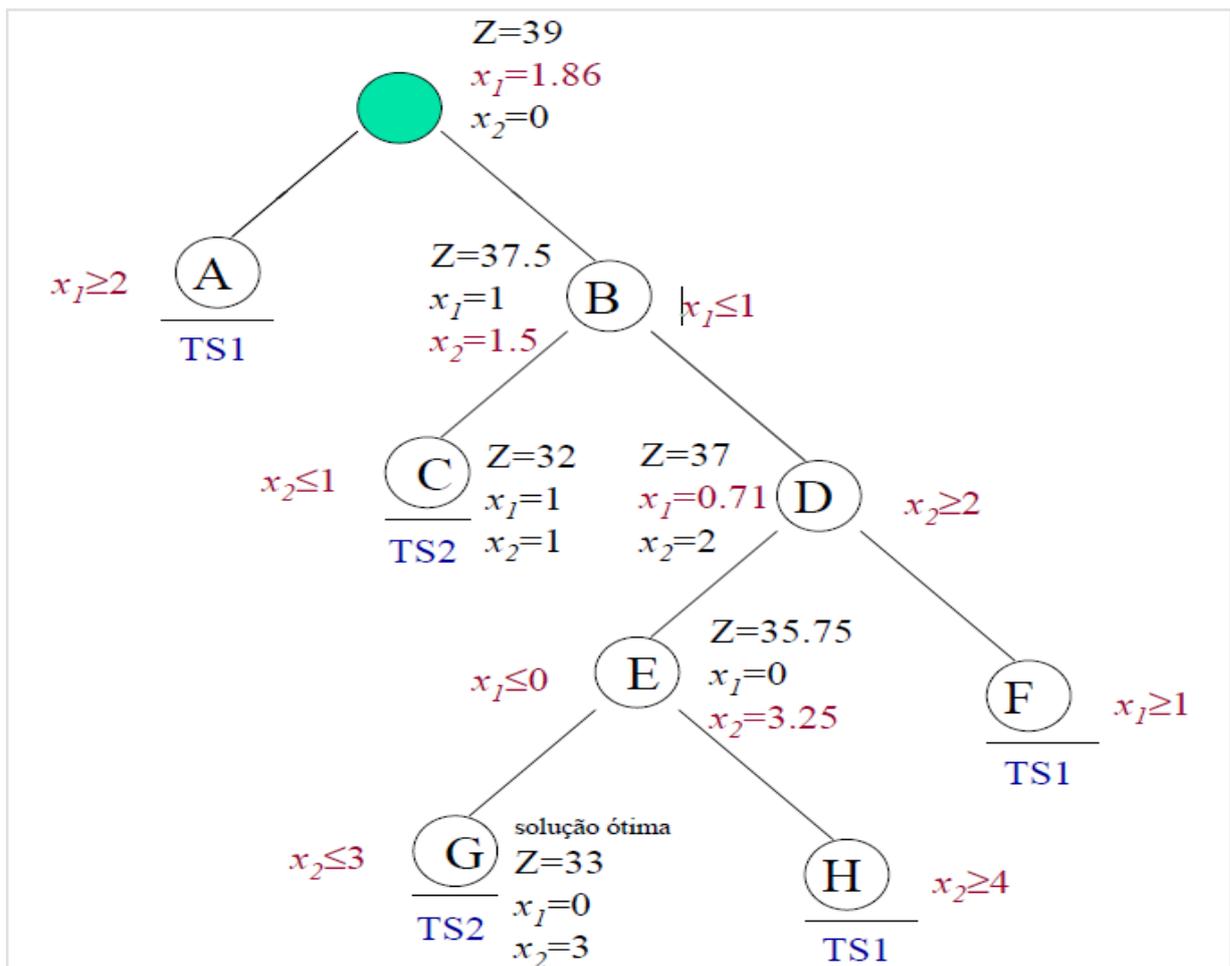
representado na figura 3.6, sendo que agora $x_2 = 1,5$, ou seja não inteiro, $x_1 = 0$ e $Z = 37,5$ (CASTILLO, sd).

Existem três condições para a poda do nó como no exemplo anterior, sendo elas:

- TS1 ou poda por infactibilidade – o problema relaxado é infactível. (CASTILLO, sd).
- TS2 ou poda por otimalidade – A solução ótima do problema relaxado é inteira. (CASTILLO, sd).
- TS3 ou poda por qualidade – O valor de qualquer solução não factível do problema relaxado é pior que o valor da melhor solução factível atual (solução incumbente). (CASTILLO, sd).

O Branch and Bound prossegue fazendo as partições até encontrar a solução ótima para o problema, criando novos sub-problemas e eliminando os problemas infactíveis. A figura 3.7 demonstra o final da árvore de Branch and Bound exemplo anterior.

Figura 3.7 – Resolução do Branch and Bound.



Fonte: Adaptado de Castillo, sd.

O problema foi resolvido com quatro partições do problema original e quatro eliminações por infactibilidade, obtendo uma solução ótima com $Z = 33$, $x_1 = 0$ e $x_2 = 3$ representados na figura 3.6.

Solução Computacional

Há uma grande família de softwares de alta flexibilidade de diversas linguagens que resolvem os problemas de PL, programação não linear e PI, dentre os quais estão: (COLIN, 2013).

- AIMSS (www.aimss.com);
- AMPL (www.modeling.com);
- GAMS (www.gams.com);
- MATLAB (www.mathworks.com);

Existem também suplementos de planilha que funcionam tanto com o Excel como com o Lotus 1-2-3, que são: (COLIN, 2013).

- Frontline Systems, Inc. (Empresa que criou o Solver padrão que é fornecido com o Excel): Premium Solver Platform (www.solver.com);
- Palisade Corporation: Evolver (www.palisade.com);
- LINDO Systems, Inc.: What's Best! (www.lindo.com);

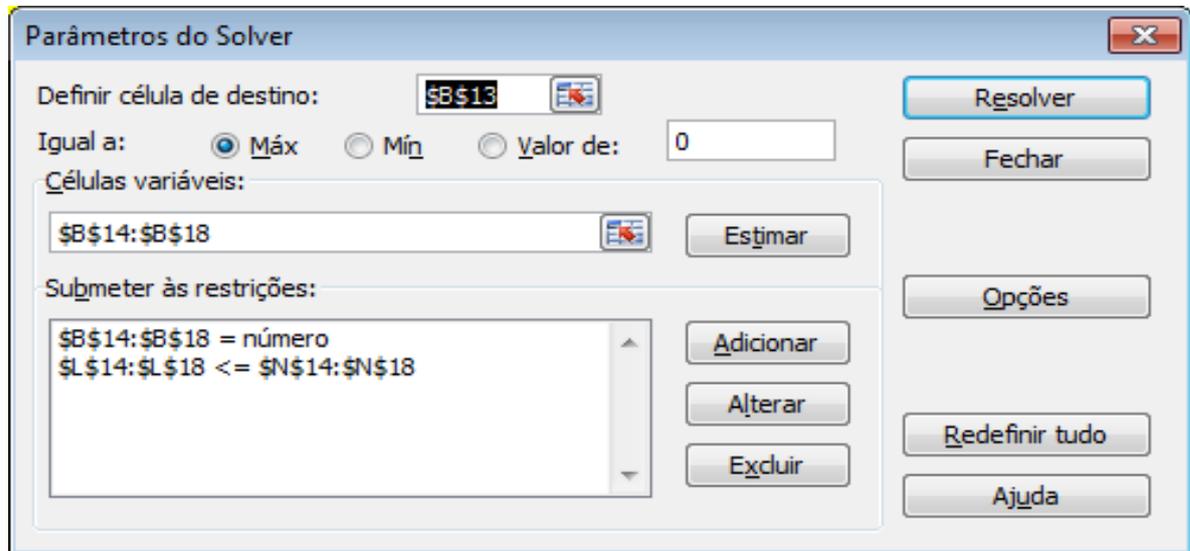
Neste trabalho a ferramenta Solver foi a selecionada por atender perfeitamente as necessidades do modelo especificado.

O Solver faz parte de um grupo de programas chamado muitas vezes de ferramentas de análise hipotética. Com o Solver é possível controlar recursos avançados do processo de solução, carregar ou salvar definições de problemas e definir parâmetros para os problemas lineares e não lineares, sendo que cada opção tem uma configuração adequada para a maioria dos problemas.

A ferramenta Solver usa o código de otimização não linear de gradiente genérico (GRG2), que foi desenvolvido por Leon Lasdon, da Universidade do Texas em Austin, e Alan Waren, da Universidade Estadual de Cleveland.

Problemas de PLI usam o método simples com limitantes nas variáveis e o método desvio e limite, implementado por John Watson e Daniel Fylstra, da Frontline Systems, Inc.

Figura 3.8 – Janela de parâmetros do Solver.



Fonte: Excel, 2007.

A Figura 3.8 representa a janela de parâmetros do Solver, onde é possível definir a célula da função objetivo, as células variáveis de decisão e as restrições, e está ilustrando um problema de corte.

Figura 3.9 – Janela de opções do Solver.



Fonte: Excel, 2007.

Por meio do Solver é possível resolver problemas como:

- Gestão de turnos
- Alocação
- Corte
- Atribuição

3.5 Considerações finais

O problema encontrado na empresa B, é ocasionado por meio das perdas geradas no processo de corte de tubos, onde o operador alimenta a programação da máquina com os dados de corte e ativa o modo automático, alcançando assim a demanda prevista, porém sem se preocupar com as perdas do processo.

Nesta seção foi determinado um modelo que tem a função de minimizar as perdas ocasionadas por esse processo de corte. Entretanto, há no problema de corte estudado perdas intrínsecas, que por esse motivo não foram levadas em consideração na hora de somar a perda total, somando apenas as perdas geradas dentro da área possível de corte.

Para a solução do problema de corte unidimensional encontrado foi utilizado as técnicas percorridas no primeiro capítulo, sendo que o problema foi dividido em duas partes, onde a primeira é para encontrar os possíveis padrões de corte, e a segunda para encontrar a solução a partir dos padrões de corte nomeados.

Para encontrar os possíveis padrões de corte foi utilizado o problema da mochila, que delimita a quantidade e a frequência de itens em uma determinada barra de maneira que não ultrapasse o tamanho da barra. Foi acrescentado na restrição do problema da mochila o fator PF+PRE, perda intrínseca do processo gerada no final da barra, para delimitar a área possível de corte.

A solução do problema ficou por conta do *Solver*, sendo que o mesmo se utiliza das técnicas de *Branch and Bound* para impetrar uma solução inteira viável ao problema

CAPÍTULO 4- RESULTADOS E ANÁLISE.

Neste capítulo será apresentado os dois cenários estudados, sendo definidos como Cenário 1 e Cenário 2, onde primeiramente será exibido os resultados obtidos pelo operador e a seguir os resultados alcançados por meio da proposta de solução do problema. Em seguida será impetrada um análise dos cenários apresentados e considerações finais.

Para a criação dos cenários serão utilizados dois perfis de barra, sendo que para cada perfil de barra serão utilizados apenas 5 itens na realização do problema, uma vez que para a programação do plano a máquina estudada tem capacidade de programar apenas 5 itens por vez.

4.1 Cenário 1 (120 X 60)

No cenário 1 o perfil de barra estudado é o obilongo 120 X 60 X 6000, que está na tabela 4.1 representando os itens, seu comprimentos e demandas respectivas. A partir do cenário apresentado pelo operador, será apresentado a proposta de possíveis soluções, por meio da utilização da ferramenta Solver.

Tabela 4.1 – Dados do Cenário 1.

ITEM	COMPRIMENTO	DEMANDA
1	1194	10
2	689	8
3	590	7
4	508	9
5	370	10

Fonte: O Autor.

Operador

Como apresentado no capítulo 3, o processo executado pelo operador consiste em:

- Selecionar cartões das peças com suas respectivas demandas
- Conferir o tamanho dos itens e programar na seqüência da maior para a menor.

Com base nisso, a tabela 4.2 apresenta os resultados referente ao processo de execução realizado pelo operador, utilizando o modo automático da máquina.

Para facilitar o entendimento das tabelas utilizadas nesta seção, uma legenda será proposta a seguir;

- P/P = Perda por Padrão.
- P/P AC. = Perda por Padrão acumulada.
- P/P TOTAL = Perda por Padrão Total.
- DEMANDA AT. = Demanda atendida.
- DEMANDA PRE = Demanda prevista.
- P_i = Padrão ($i = 1..5$).

Tabela 4.2 – Cenário 1.

PADRÃO DE CORTE EXECUTADO	FREQUÊNCIA DE UTILIZAÇÃO DO PADRÃO	P/P AC.	ITENS	P1	P2	P3	P4	P5	DEMANDA AT.	DEMANDA PRE.
P1	2	690	ITEM 1	4	2	0	0	0	10	10
P2	1	66	ITEM 2	1	4	2	0	0	8	8
P3	1	364	ITEM 3	0	1	6	0	0	7	7
P4	1	231	ITEM 4	0	0	1	8	0	9	9
P5	1	210	ITEM 5	0	0	0	4	15	19	10
P/P TOTAL		1561								

Fonte: O Autor.

Neste cenário o operador utilizou 6 barras para atender a demanda prevista e obteve uma P/P Total de 1561 mm.

Método proposto

Para impetrar a solução proposta, primeiramente é necessário encontrar os padrões de corte que serão utilizados na resolução do problema. Neste cenário se utilizou dos seguintes padrões de corte:

Tabela 4.3 – Padrões de corte do Cenário 1.

PADRÃO		1	2	3	4	5
ITEM 1	1	4	1	2	1	2
ITEM 2	2	0	4	3	0	1
ITEM 3	3	0	3	1	3	0
ITEM 4	4	2	0	0	4	3
ITEM 5	5	0	0	2	2	3
P/P		13	75	10	49	79

Fonte: O Autor.

A partir dos padrões apresentados na tabela 4.3 foi possível impetrar a solução proposta por este trabalho, onde foi utilizado 5 barras do estoque para atender a demanda prevista e alcançando uma P/P Total de 226 mm, 1335 mm abaixo do método do operador. A tabela 4.4 apresenta esta solução a seguir.

Tabela 4.4 – Solução proposta para o Cenário 1

PADRÃO DE CORTE EXECUTADO	FREQÜÊNCIA DE UTILIZAÇÃO DO PADRÃO	P/P AC.	ITENS	P1	P2	P3	P4	P5	DEMANDA AT.	DEMANDA PRE.
P1	1	13	ITEM 1	4	1	2	1	2	10	10
P2	1	75	ITEM 2	0	4	3	0	1	8	8
P3	1	10	ITEM 3	0	3	1	3	0	7	7
P4	1	49	ITEM 4	2	0	0	4	3	9	9
P5	1	79	ITEM 5	0	0	2	2	3	7	10
P/P TOTAL		226								

Fonte: O Autor.

4.2 Cenário 2 (100 X 50)

O Cenário 2 corresponde ao plano de corte efetuado no perfil de barra retangular 100 x 50 x 6000 mm. Na tabela 4.4 estão apresentados os itens, comprimento e respectivas demandas utilizados pelo operador e reutilizados para resolução da proposta das possíveis soluções obtidas pelo do Solver.

Foi utilizado este perfil de barra para análise devido ao grande número de itens produzidos com o mesmo.

Tabela 4.5 – Dados do Cenário 2.

ITEM	COMPRIMENTO	DEMANDA
1	1560	11
2	889	15
3	750	10
4	655	10
5	165	12

Fonte: O Autor.

Operador

No Cenário 2 o operador utilizou 9 barras em estoque para atender a demanda prevista, conseguindo uma P/P Total de 930 mm. A tabela 4.6 representa a resolução do Cenário 2 por meio do método do operador, aplicado também no modo automático da máquina.

Assim como no Cenário 1, para facilitar o entendimento das tabelas utilizadas nesta seção, a legenda será exposta novamente a seguir.

- P/P = Perda por Padrão.
- P/P AC. = Perda por Padrão acumulada.
- P/P TOTAL = Perda por Padrão Total.
- DEMANDA AT. = Demanda atendida.
- DEMANDA PRE = Demanda prevista.
- Pi = Padrão (i = 1..5).

Tabela 4.6 – Cenário 2.

PADRÃO DE CORTE EXECUTADO	FREQÜÊNCIA DE UTILIZAÇÃO DO PADRÃO	P/P AC.	ITENS	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	DEMANDA AT.	DEMANDA PRE.
P 1	3	238	ITEM 1	3	2	0	0	0	0	0	11	11
P 2	1	23	ITEM 2	1	3	6	3	0	0	0	15	15
P 3	1	301	ITEM 3	0	0	0	4	6	0	0	10	10
P 4	1	133	ITEM 4	0	0	0	0	1	8	1	10	10
P 5	1	135	ITEM 5	1	0	1	0	3	3	30	40	12
P 6	1	45										
P 7	1	55										
P/P TOTAL		930										

Fonte: O Autor.

Método proposto

Seguindo o padrão de resolução do método proposto, primeiramente foi elaborado alguns padrões de corte para então impetrar a proposta de solução. A tabela 4.7 a seguir demonstra os padrões que serão utilizados para a resolução deste cenário.

Tabela 4.7 – Padrões de corte utilizados para solução do Cenário 2

PADRÃO	1	2	3	4	5
ITEM 1	1	2	3	3	0
ITEM 2	2	3	0	0	4
ITEM 3	3	0	0	1	1
ITEM 4	4	0	1	0	2
ITEM 5	5	0	2	2	1
P/P	23	140	45	14	122

Fonte: O Autor.

A partir dos padrões apresentados na tabela 4.7 foi possível impetrar a solução proposta por este trabalho, onde foi utilizado 8 barras do estoque para atender a demanda prevista e alcançando uma P/P Total de 620 mm, 310 mm a menos que o método do operador.

A tabela 4.8 a seguir apresenta a solução os resultados da solução proposta.

Tabela 4.8 – Solução proposta para o Cenário 2.

PADRÃO DE CORTE EXECUTADO	FREQUÊNCIA DE UTILIZAÇÃO DO PADRÃO	P/P AC.	ITENS	P1	P2	P3	P4	P5	DEMANDA AT.	DEMANDA PRE.
P 1	1	23	ITEM 1	2	6	3	0	0	11	11
P 2	2	280	ITEM 2	3	0	0	8	4	15	15
P 3	1	45	ITEM 3	0	0	1	2	6	9	10
P 4	2	28	ITEM 4	0	2	0	4	4	10	10
P 5	2	244	ITEM 5	0	4	2	2	4	12	12
P/P TOTAL		620								

Fonte: O Autor.

4.3 Análise dos resultados

Os dados do Cenário 1 estão representados na tabela 4.1, em seguida na tabela 4.2 a solução obtida pelo operador, de maneira que estão definidos os padrões de corte utilizados normalmente pela máquina no modo automático, sequenciando sempre do maior para o menor e renovando a programação da máquina sempre que uma demanda é atendida, lembrando que é possível programar apenas 5 itens por vez, e que a máquina pode ser reprogramada a qualquer momento.

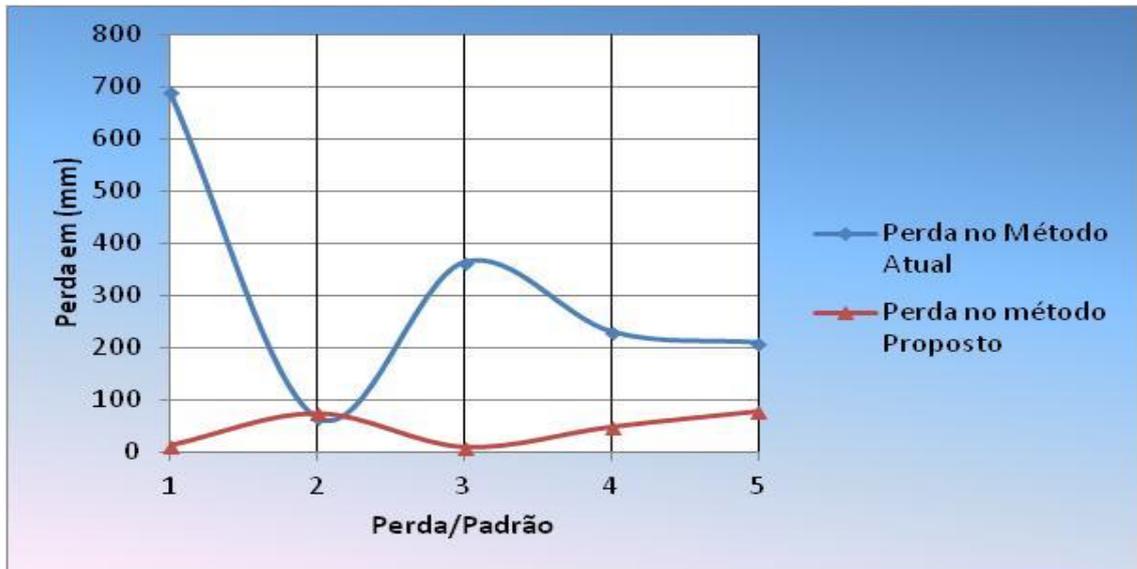
No método efetuado pelo operador no cenário 1 foram utilizados 6 barras com 5 padrões automáticos e uma P/P Total de 1561 mm. Em relação a demanda prevista foram atendidos corretamente do item 1 ao 4, sendo que a demanda do item 5 foi ultrapassada em 9 itens.

Já pelo método proposto foram utilizadas somente 5 barras, denotando a princípio uma economia de 16,67%, e uma P/P Total de 226 mm, gerando portanto uma economia de 85,52% em relação a P/P Total no processo do operador. Em relação a demanda prevista foram atendidos corretamente do item 1 ao 4, entretanto do item 5 faltaram 3 peças para atender a demanda.

O motivo do método proposto não ter atendido a demanda do item 5, está diretamente relacionado a restrição de \leq demanda do modelo.

A figura 4.1 trazum gráfico que demosntra a relação entre a P/P do método utilizado pelo operador e do método proposto do Cenário 1.

Figura 4.1 – Perda no Cenário 1.



Fonte: O Autor.

O gráfico 4.1 confirma visivelmente a diferença entre a P/P do método atual e método proposto no Cenário 1. No Figura 4.2 está representado o acumulado da P/P objetivando mostrar a diferença entre a P/P Total dos métodos.

Figura 4.2 – Perda acumulada do Cenário 1.



Fonte: O Autor.

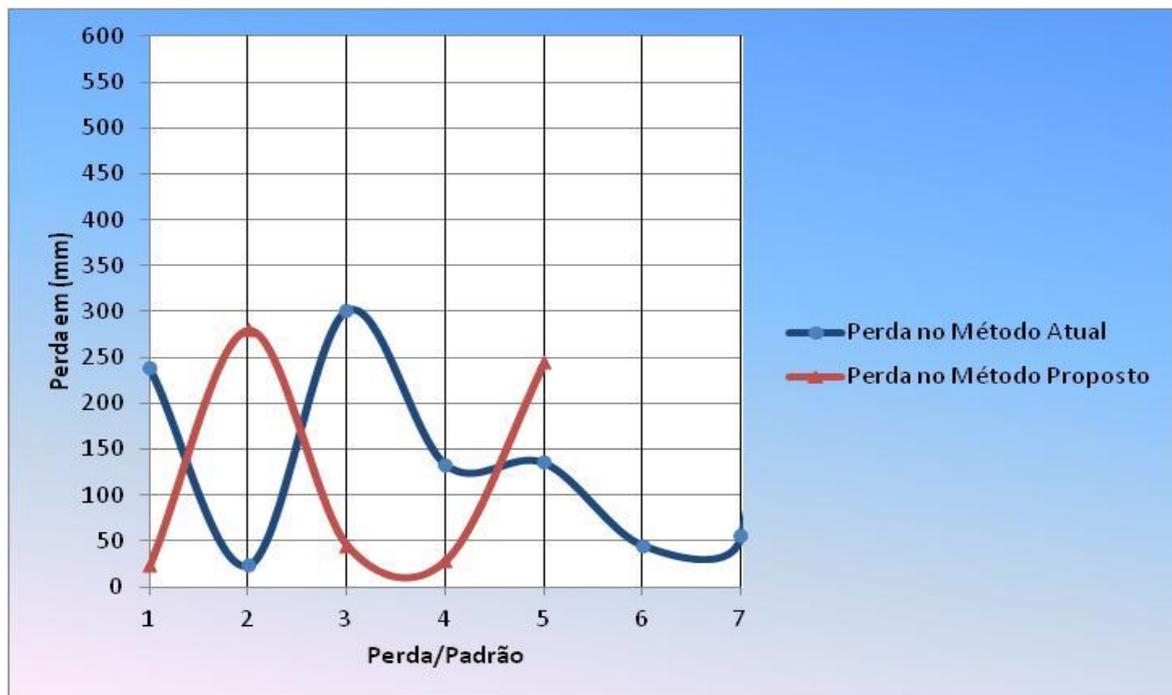
É importante denotar que a P/P Total se dá pela soma das sobras no final de cada barra, ou seja, o número de refugos irá diminuir ao mesmo tempo que irá diminuir a utilização de objetos em estoque, lembrando que no método proposto foi utilizado uma barra a menos que no atual.

Já no Cenário 2 foram utilizadas no método atual 9 barras com 7 padrões de corte automático, e obteve uma perda/padrão total de 920 mm. Em relação a demanda prevista foram atendidas corretamente do item 1 ao 4, porém a demanda do item 5 foi ultrapassada em 32 peças, o que significa que provavelmente o kanban do item 5 irá sobrecarregar.

Na solução proposta por este trabalho foram utilizados apenas 8 barras, obtendo uma economia de 16,66% e uma perda/padrão total de 620 mm gerando em relação ao método do operador uma economia de 32,61%.

Em se tratando da demanda prevista, apenas do item 3 faltou 1 peça para atender corretamente a demanda, comprometendo o abastecimento total deste item no kanban, enquanto para o restante dos itens a demanda foi atendida corretamente. O gráfico 4.3 representa a relação entre a P/P do método realizado pelo operador e a P/P pelo método proposto do Cenário 2.

Figura 4.3 – Perda no Cenário 2.



Fonte: O Autor.

No gráfico 4.3 é possível notar que a P/P do método atual e do método proposto oscilam entre um padrão e outro, diferente do Cenário 1 onde as linhas de perda se encontram em apenas um ponto, o que denota a enorme dificuldade de se obter padrões de corte ótimos para determinados cenários de corte.

O gráfico 4.4 a seguir representa a P/P Acumulada dos dois métodos apresentados, buscando denotar a diferença entre a P/P Total do métodos analisados.

Figura 4.4 – Perda Acumulada no Cenário 2.



Fonte: O Autor.

Mais uma vez é possível perceber a viabilidade do método proposto, uma que a perda acumulada do mesmo é menor que a perda acumulada do método atual representado no gráfico 4.4 acima.

4.4 Considerações finais

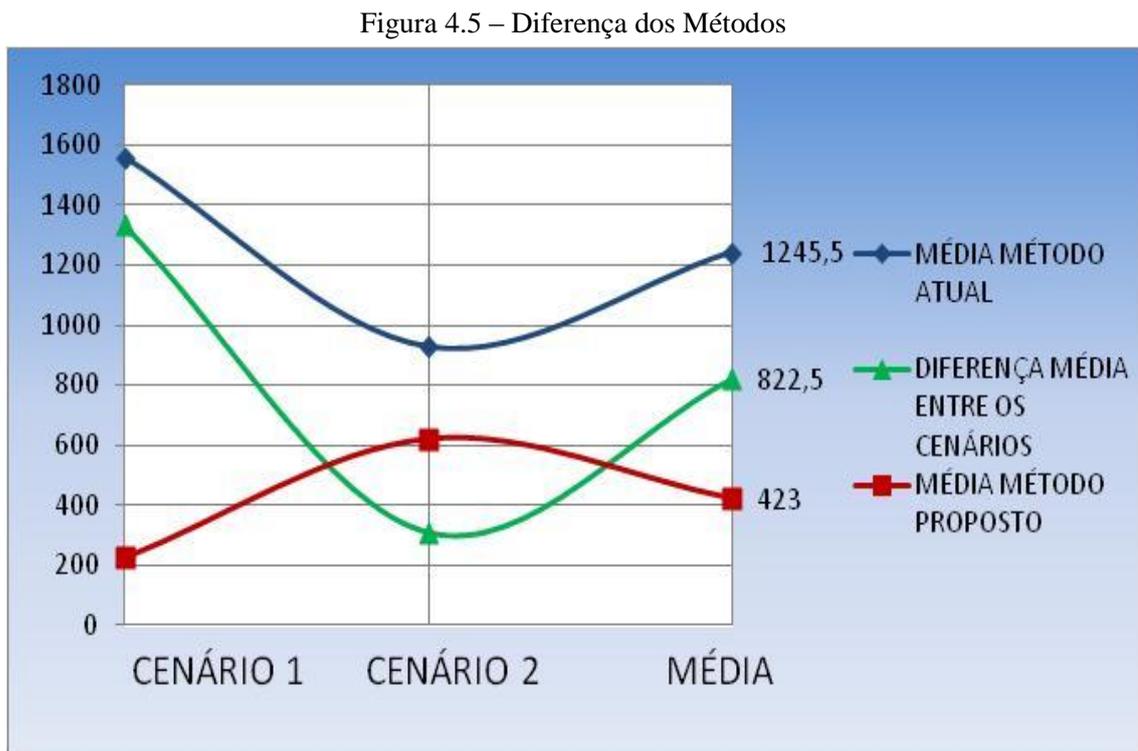
Como já foi falado anteriormente, o problema de corte se encontra na classe de problemas classificados como np-difícil (GAREY e JOHSON, 1979), e durante a elaboração do presente trabalho, a construção dos possíveis padrões de corte, os testes feitos para encontrar uma solução viável, notou-se a veracidade da expressão.

Como em via de regra não existe solução ótima para o problema corte, devido a complexidade existente no problema de corte, uma solução viável foi alcançada a partir da ferramenta Solver, obtendo bons resultados nos dois cenários estudados.

Após a análise dos resultados pode-se perceber que a P/P Total nos dois cenários estudados aferiu uma queda percentual considerável, fazendo com que a aplicação da solução proposta seja realmente considerada viável.

Importante ressaltar que o ideal para um problema de corte seria implementar um modelo específico, ou até flexível, criando um software de maneira que o operador apenas inclua o tamanho da barra, o tamanho do item e suas respectivas demandas e o software gerasse os padrões e simulasse a resposta, respeitando as restrições do problema em questão.

O gráfico na figura 4.5 denota a diferença média do método utilizado pelo operador e o método aplicado nos dois cenários estudados.



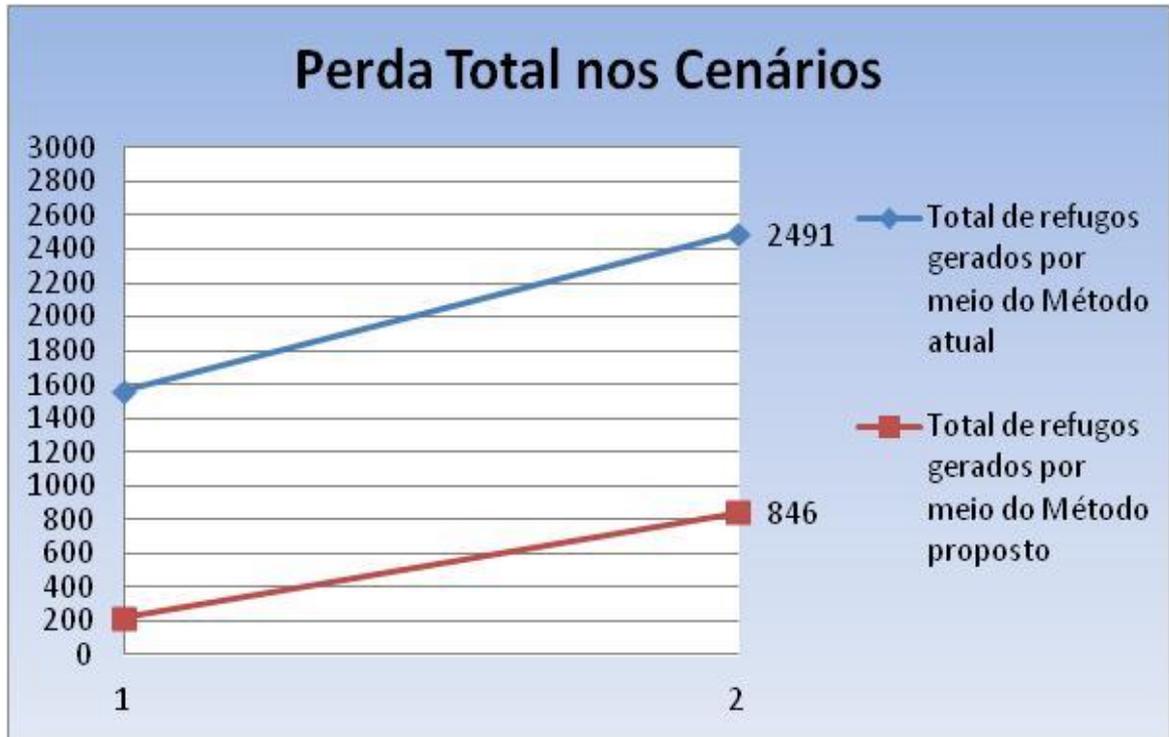
Fonte: O Autor.

De modo geral, o gráfico da figura 4.5 comprova a eficiência do método aplicado denotando que a média da P/P Total nos dois cenários estudados é consideravelmente grande, o que acaba suavizando o grau de refugo existente no processo.

Gerou-se um gráfico para denotar os refugos produzidos por esse processo, por meio dos dados obtidos no método atual e método proposto, representado na figura 4.6, onde a

perda total no método atual aferiu 2491 mm enquanto a perda total do método proposto conferiu 846mm.

Figura 4.6 - Projeção de refugo dos cenários estudados.



Fonte: O Autor.

CONCLUSÃO

Na indústria metalúrgica a preocupação com o desperdício de matéria prima, chamados refugos, tem assumido um dos primeiros lugares, dado a complexidade dos problemas de corte. São necessários vários estudos de viabilidades, uma vez que esse desperdício pode alcançar valores não aceitáveis.

Problema de corte define-se em cortar objetos maiores em objetos menores, buscando atingir uma determinada demanda, pode ser encontrado de diversas maneiras no dia a dia de uma indústria e como o objetivo do trabalho foi desenvolver um modelo de otimização para esse problema, pode-se dizer que o objetivo foi alcançado, mesmo que tenha faltado tempo para a implementação do mesmo, contudo com a utilização do Solver foi possível atender todas as restrições envolvidas, ainda que a criação da planilha dos padrões provocou um certo esforço manual.

Para encontrar os possíveis padrões de corte foi utilizado o problema da mochila, que delimita a quantidade e a frequência de itens em uma determinada barra de maneira que não ultrapasse o tamanho da barra. Foi acrescentado na restrição do problema da mochila o fator PF+PRE, perda intrínseca do processo gerada no final da barra, considerando assim, como parte de otimização, somente a área possível de corte

Nos cenários estudados a soma da P/P do processo atual chegou a atingir de 15% à 26% do tamanho de uma barra inteira, resultado que eleva o índice de refugos cada vez mais alto, enquanto a soma da P/P do método proposto revolveu em torno de 3% à 10% do tamanho de uma barra.

Importante ressaltar que o ideal para um problema de corte estudado seria implementar um modelo específico, ou até flexível, criando um software de maneira que o operador apenas incluísse o tamanho da barra, o tamanho do itens e suas respectivas demandas e o software gerasse os padrões e simulasse a resposta, respeitando as restrições do problema em questão

Em vista dos resultados obtidos, é possível perceber que a pesquisa operacional por meio de suas técnicas de solução como a programação linear inteira é uma ferramenta viável para a resolução dos problemas encontrados no cotidiano, porém devido ao grau de dificuldade dos problemas, é necessário que se tenha um conhecimento técnico específico na área de pesquisa operacional para dominar as técnicas de solução.

Trabalhos Futuros

O trabalho apresentado demonstrou que embora existe uma grande dificuldade para resolução dos problemas de corte, é possível encontrar várias soluções viáveis e também encontrar uma solução ótima que otimize o processo atual.

Tendo em vista a possibilidade de construir um modelo capaz de encontrar a solução ótima, o modelo desenvolvido neste trabalho servirá como propulsor para novos trabalhos onde provavelmente o modelo será melhorado, buscando maior flexibilidade para os problemas de corte unidimensional.

Um software será criado, o operador terá apenas o trabalho de inserir os dados do problema em questão, sendo o comprimento da barra, o comprimento dos itens e suas respectivas demandas, e será gerado um cenário com os padrões de corte necessários para atender demanda dos itens.

Para tanto, será estudado uma possível especialização da área problemática, onde novos conhecimentos e técnicas serão adquiridos e somados à realização dos trabalhos futuros.

REFERÊNCIAS

ABUABARA, A.; MORABITO, R., **Modelo de Otimização de Corte Unidimensional Aplicado à Fabricação de Aeronaves Agrícolas**. In: Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, 39, 2007 Fortaleza – CE (2007).

ACKOFF, R. L.; SASIENI, M. W. **Pesquisa Operacional. Livros Técnicos e Científicos** Editora LTDA e Editora da Universidade de São Paulo. Rio de Janeiro – GB, 1971.

ANDRADE, E. L. **Introdução à Pesquisa Operacional: Métodos e Modelos para Análise de Decisões**. 3 ed. Rio de Janeiro. LTC – Livros Técnicos e Científicos, Editora S.A., 2002.

ANDRADE, E. L. **Introdução à Pesquisa Operacional**. 4 ed. Rio de Janeiro. Editora LTC, 2011.

ARENALES, M. N.; MORABITO, R.; YANASSE, H. H. **Problemas de Corte e Empacotamento**. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 36, 2004, São João del Rei. Anais do XXXVI SBPO. São João del Rei: [s.n.], 2004.

BELLMAN, Richard. **Dynamic Programming**. Princeton University Press, 1957.

BIBLIA online. Disponível em: <<https://www.bibliaonline.com.br/acf/ec/12>>. Acesso em 01 jan 2014.

CASTILLO, Gladys. **Programação Inteira**. Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro. Sd. Disponível em: <<http://www.mat.ua.pt/io/>>. Acesso em 01 jan 2014

CHERRI, Adriana Cristina. **O problema de corte e estoque com reaproveitamento das sobras de material**. USP - São Carlos , 2006.

COLIN, Emerson Carlos. **Pesquisa Operacional: 170 Aplicações em estratégia, finanças, logística, produção, marketing e vendas**. [Reimpr.] – Rio de Janeiro : LTC, 2013.

DICKHOFF, H. **Cutting and Packing Problems**. *European Journal of Operational Research*, 44,145-159, 1990.

DICKHOFF, H. e FINKE, U., **Cutting and Packing in Production and Distribution: A Typology and Bibliography**. Springer-Verlag Co, Heidelberg (1992).

GAREY M. R.; JOHSON D. S. **Computers and Intractability: a guide to the teory of NP-Completeness**. New York: W. H. Freeman and Company, 1979.

GIL, A. C, **Como elaborar Projetos de pesquisa**. 4. Ed São Paulo: Atlas, 2008.

GOLDBARG, M. C., LUNA, H. P. L. **Otimização Combinatória e Programação Linear – Modelos e Algoritmos** . Editora Campus Ltda. Rio deJaneiro, 2000.

GOLDBARG, M. C., LUNA, H. P. L. **Otimização Combinatória e Programação Linear – Modelos e Algoritmos** . 2 ed. 2 reimp. Editora Elsevier. Rio de Janeiro, 2005.

GOLDEN,B., **Approaches to cutting stock problem**, AIIE Transaction, vol.8, pg. 265-274, 1976.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais**. Rio de Janeiro: Record, 1999.

GRADISAR, M.; JESENKO, J.; RESINOVIC, C. (1997). **Optimization of Roll Cutting inClothing Industry**. *Computers & Operation Research*, 10, 945-953.

LACHTERMACHER, Gerson. **Pesquisa Operacional na Tomada de Decisões – Programação Inteira**. 2º ed., 2005.

LACHTERMACHER, Gerson. **Pesquisa Operacional na Tomada de Decisões**. 4 ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2009

LISBOA, Erico Fagundes Anicet. **Pesquisa Operacional**. Rio de Janeiro, 2002. Disponível em: <<http://www.ericolisboa.eng.br>>. Acesso em 01 jan 2014.

LOEBLEIN, L. C., et al. **Aplicação da programação linear para minimização de perdas de aparas em industria de metal mecânica**. Revista Gestão Industrial. Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR.

MARINS, Fernando Augusto Silva. **Introdução à Pesquisa Operacional**. UNESP de Guaratinguetá, 2009.

MODELO. Disponível em:
<http://repositorio.roca.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/660/1/CM_ESPMAT_I_2011_14.pdf>.
Acesso em 01 jan. 2014.

MORABITO, R., **Uma abordagem em garfo-e-ou para o problema de empacotamento: Aplicação ao carregamento de paletes e contêineres**. Tese de Doutorado, EESC – USP, 1992.

MOREIRA, D. A. **Pesquisa Operacional, Curso Introductório**. 2 ed rev. e atu. São Paulo, Cengage Learning, 2010.

MORETTI. **Modelagem**. Campinas: 2010. Disponível em:
<http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:1b0_TY44cDIJ:.ime.unicamp.br/~moretti/ms428/2sem2010/aula_slides.pdf+&cd=1&hl=pt-BR&ct=clnk&gl=BR>. Acesso em 01 jan. 2014.

NETO. Euclides Viera et al. **Algoritmos Grasp híbridos Para o Problema de Corte Unidimensional**. XLV SBPO – Natal, 2013.

PEREIRA, R. P. **Introdução a Programação Linear**. Monografia de Especialização, 2011.

POLDI, K. C. **Algumas extensões do problema de corte de estoque**. Dissertação de Mestrado, ICMC – USP, 2003.

RANGEL, S.; FIGUEIREDO, A. G. **O problema de corte de estoque em indústrias de móveis de pequeno e médio portes**. *Pesqui. Oper.* Rio de Janeiro, v. 28, n. 3, Dec. 2008. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0101-74382008000300004&lng=en&nrm=iso>. acesso em 14 mar. 2014.

SANTOS, B.D. **Desenvolvimento de um software para a plataforma Web abordando o problema de corte de estoque unidimensional**. Projeto de Graduação, FATEC –S. J. Rio Preto, 2008.

SILVA, S. E. A. **Otimização no processo de corte unidimensional de barras de aço.** pg 23 – 80. Disponível em: <http://pro.poli.usp.br/wp-content/uploads_2012_pubs>. Acesso em: 13 mar. 2014.

SILVA, E. M. et al. **Pesquisa Operacional: Programação Linear.** 2 edição – São Paulo: Atlas, 1996.

SILVEIRA, R. J. **O problema de corte bidimensional guilhotinado e restrito: aplicação na indústria de circuitos impressos.** Dissertação de Mestrado, UFSCar, SC., 1999.

SOUZA, Marcone Jamilson Freitas; JÚNIOR, Aloísio de Castro Gomes. **Projeto Patrocinado pelo Programa PRÓ-ATIVA da UFOP.** Departamento de Computação da Universidade Federal de Ouro Preto

SOUZA, T. B., **A produção acadêmica sobre sistemas APS na Engenharia de Produção: Um levantamento em congressos e periódicos nacionais.** 2º Congresso de pesquisa científica: Inovação, Ética e Sustentabilidade. Pg. 134 - 135, 2012.

VELASCO, André Soares. **Grasp para o problema de corte bidimensional guilhotinado e restrito.** Dissertação de Mestrado da UENF, 2005, p 14 – 21.

VIEIRA, V. G., **Problema da mochila.** Trabalho de graduação UFSM. Santa Maria, R.S., Brasil, 1999.

WAGNER, H. M. **Pesquisa operacional.** 2. ed. Rio de Janeiro: Prentice Hall do Brasil, 1986.

WÄSCHER, et al. **An improved typology cutting and packing problems.** *European Journal of Operational Research*, 2007